

Univerzitet u Beogradu
Elektrotehnički fakultet

Jasna V. Crnjanski
Dejan M. Gvozdić

ZBIRKA ZADATAKA IZ OSNOVA FIZIČKE ELEKTRONIKE

Akadska misao
Beograd 2021.

Dr Jasna V. Crnjanski

Dr Dejan M. Gvozdić

ZBIRKA ZADATAKA IZ OSNOVA FIZIČKE ELEKTRONIKE

Recenzenti

Prof. dr Jovan Radunović

Prof. dr Ivan Popović

Na sednici Nastavno-naučnog veća Elektrotehničkog fakulteta održanoj 08.06.2021.
ova knjiga je odobrena kao nastavni materijal – udžbenik na Elektrotehničkom
fakultetu u Beogradu.

Izdaje

Akadska misao

Predgovor

Od 1960. godine kada je nastala, industrija poluprovodnika je prošla put od tehnologije u začetku, do tehnologije koja obezbeđuje druge, nove i napredne tehnologije. Na pragu četvrte industrijske revolucije zasnovane na sajber-fizičkim sistemima (CPS) u okviru kojih se prepliće realan i virtuelan svet veštačke inteligencije, robotike, Interneta stvari, 3D štampe, genetičkog inženjeringa, kvantnog računarstva i drugih tehnologija, oslonac i doprinos koji pruža poluprovodnička tehnologija i industrija i dalje je nezamenljiv.

Poslednjih nekoliko decenija, svetskom industrijom poluprovodnika upravljaju potrebe naprednih elektronskih uređaja, desktop i laptop računara visokih performansi, uređaja za bežičnu komunikaciju, sistema za računarstvo u "oblaku" i sl. Količina podataka koju je potrebno obraditi i uskladištiti raste eksponencijalno, sa tendencijom dodatnog ubrzanja usled širenja 5G i razvoja 6G mrežne tehnologije, koje takođe svoj rast zasnivaju na poluprovodničkim napravama. Brži rast se očekuje po pitanju grafičkih kartica, njihove uloge u video-igarama baziranim na oblaku, kao i razvoja veštačke inteligencije ciljane dominantno ka automobilskoj industriji. Drugi važan pokretač ovog porasta su sistemi na čipu (System-on-Chip, SoC), koji kao na čipovima mobilnih telefona, integrišu sve ili veći broj komponenta kompjuterskog ili drugog elektronskog sistema na jednom čipu. Iako ovaj segment tržišta ne raste tako brzo, zahtevi za funkcionalnošću SoC-a će uticati na buduće tehnološke inovacije u industriji poluprovodnika.

Fizička elektronika je disciplina elektrotehnike koja se dominantno bavi fundamentalnom fizikom poluprovodnika neophodnom za razumevanje fizičkih i operacionih principa velikog skupa poluprovodničkih elektronskih i optoelektronskih naprava koje svoju primenu nalaze u informaciono-komunikacionim i sajber-fizičkim sistemima. Usvajanje osnovnih principa, znanja i formalizama vezanih za ovu disciplinu, zahteva razumevanje i sposobnost analize i sinteze fizičko-matematičkog modela fizičkih fenomena u poluprovodnicima i napravama baziranih na njima. Najefikasniji način da se to postigne zasniva se na rešavanju računskih i teorijskih problema i zadataka, koji osim implementacije ključnih relacija uključuju i proračun ili procenu vrednosti pojedinih fizičkih veličina.

Zbirka zadataka nastala je kao rezultat višegodišnjeg rada autora na osmišljavanju ispitnih zadataka, pitanja i problema iz oblasti fizike poluprovodnika i poluprovodničkih naprava, a koji u potpunosti prate gradivo predmeta "Osnovi fizičke elektronike" koji se predaje na Elektrotehničkom fakultetu u Beogradu i za koji već postoji istoimeni udžbenik

autora prof. dr Dejana Gvozdića. Zbirka je namenjena prvenstveno studentima Elektrotehničkog fakulteta, kao pomoćna literatura koja bi trebalo da olakša razumevanje naprednih i apstraktnih fenomena fizike poluprovodnika i nadogradnju te osnove ka sagledavanju principa funkcionisanja poluprovodničkih elektronskih i optoelektronskih naprava.

Zbirka zadataka iz Osnova fizičke elektronike se sastoji iz dve konceptualno različite celine. Prvi deo zbirke osmišljen je tako da čitaocu vodi kroz materiju, prikazujući zadatke koji sadrže kompletna rešenja sa potrebnim obrazloženjima. Redosled zadataka prati program predmeta. Zbirka sadrži zadatke iz fizike poluprovodnika, uključujući primere koji se odnose na Kroni-Peni model poluprovodnika, poluprovodnik u ravnoteži, poluprovodnik u neravnoteži, a zatim preko nehomogenog poluprovodnika daje osnovu za usvajanje principa funkcionisanja pn spoja. Pn spoj je analiziran statički, prema modelu idealne diode i u probuju, a zatim i dinamički, analizom prelaznih procesa koji se javljaju prevođenjem diode iz režima direktne u režim inverzne polarizacije i obrnuto. Budući da pn spoj predstavlja samo jednu komponentu strujnog kola, kroz zadatke bazirane na metal-poluprovodnik spoju analiziran je uticaj metalnih kontakta kojima se dioda vezuje u kolo. Priloženi su zadaci koji prikazuju funkcionisanje osnovnih optoelektronskih naprava, svetlećih dioda, fotodioda lavinskog i pin tipa, solarnih ćelija, kao i heterostrukturnog spoja na bazi kog se ove naprave praktično realizuju. Konačno, prikazani su zadaci koji analiziraju princip funkcionisanja tranzistora sa efektom polja i nekih atraktivnih primena, kao što su CMOS senzori slike koji integrišu fotodiodu sa MOS tranzistorima.

U okviru druge celine dati su ispitni zadaci sa izabranih rokova održanih na Elektrotehničkom fakultetu od 2015. do 2019. godine. Budući da su kroz metodički deo zbirke detaljno rešeni i obrazloženi zadaci koji se nalaze u osnovi ispitnih zadataka, druga celina je zamišljena tako da omogući čitaocu da proveru u kojoj meri je usvojio odgovarajuće koncepte i alate kroz rešavanje sličnih, ali ne i identičnih zadataka.

Autori se zahvaljuju recenzentima, prof. Jovanu Radunoviću i prof. Ivanu Popoviću, koji su svojim kritikama, komentarima i sugestijama pomogli da ovaj udžbenik bude podržan od strane Nastavno-naučnog veća Elektrotehničkog fakulteta u Beogradu. Posebna zahvalnost je upućena dr Angelini Totović i dr Stevanu Stankoviću, koji su kroz angažovanje na računskim vežbama dali doprinos u osmišljavanju jednog broja zadataka. Zbirka zadataka iz osnova fizičke elektronike je rezultat realizacije projekta unapređenja nastave iz fotonike, eFoton, pa autori duguju zahvalnost i resornom Ministarstvu na podršci i sredstvima opredeljenim tako da jedan deo tiraža bude besplatan za studente Elektrotehničkog fakulteta.

Sadržaj

Deo prvi

Rešeni zadaci str. 1

Deo drugi

Izbor iz ispitnih rokova str. 99

Literatura

str. 127

Lista fundamentalnih konstanti

$c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$	brzina svetlosti u vakuumu
$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H/m}$	magnetska permeabilnost vakuumu
$\epsilon_0 = 8,854 \cdot 10^{-12} \text{ F/m}$	dielektrična permitivnost vakuumu
$q = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$	naelektrisanje elektrona
$h = 6,626 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$	Plankova konstanta
$\hbar = 6,582 \cdot 10^{-16} \text{ eV} \cdot \text{s}$	redukovana Plankova konstanta
$k_B = 8,617 \cdot 10^{-5} \text{ eV/K}$	Bolcmanova konstanta
$m_0 = 9,11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$	masa elektrona u mirovanju

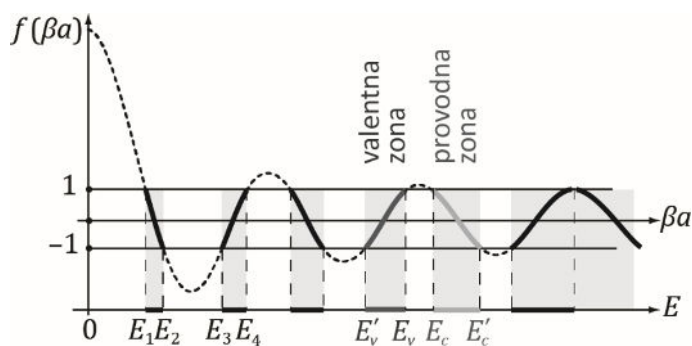
DEO PRVI
Rešeni zadaci

1. Za n -tu energetsku zonu jednodimenzionalnog periodičnog kristala sa periodom rešetke a poznata je efektivna masa m^* . Energetska širina posmatrane zone je dovoljno mala da se talasni vektori unutar zone zanemarljivo malo razlikuju, pa se zavisnost talasnog vektora od energije može izraziti linearnom funkcijom unutar zone. Odrediti energije koje odgovaraju granicama posmatrane zone u funkciji od zadatih parametara.

REŠENJE:

Analizom disperzione relacije za Kroni-Peni model poluprovodnika:

$$P \cdot \sin(\beta a) / \beta + \cos(\beta a) = \cos(ka),$$



može se uočiti da će leva strana relacije imati vrednosti ± 1 , ako je $\beta a = n\pi$ gde je $\beta = \sqrt{2m_0 E / \hbar^2}$. Na osnovu grafičkog rešenja disperzione relacije prikazanog u udžbeniku [1], uočava se da je dno prve dozvoljene zone određeno uslovom $\cos(ka) = +1$, a vrh te zone uslovom $\cos(ka) = -1$. Za $n = 1$ dobija se da je $\cos(ka) = -1$ i može se zaključiti da $\beta a = \pi$ odgovara vrhu prve zone. Prateći grafičko rešenje disperzione relacije, počev od prve ka višim dozvoljenim zonama, slede rezultati prikazani u tabeli:

zona		1	2	3	4	5	...	n
$\cos(ka)$	dno	+1	-1	+1	-1	+1	...	$(-1)^{n-1}$
	vrh	-1	+1	-1	+1	-1	...	$(-1)^n$
βa	dno	?	?	?	?	?	...	
	vrh	π	2π	3π	4π	5π	...	$n\pi$

Na osnovu prikazane tabele može se zaključiti da je vrh n -te zone određen uslovom $\beta a = n\pi$, pa je energija vrha zone određena sa:

$$(\beta a)_{max} = n\pi \Rightarrow \sqrt{\frac{2m_0 E_{max}}{\hbar^2}} a = n\pi \Rightarrow E_{max} = \frac{n^2 \pi^2 \hbar^2}{2m_0 a^2}.$$

Energija maksimuma dozvoljene zone u Kroni-Peni modelu praktično odgovara energiji elektrona u beskonačno dubokoj potencijalnoj jami širine a . Polazeći od efektivne mase za n -tu zonu, za slučaj kada se zavisnost talasnog vektora od energije može linearizovati, energetska širina zone je [1]:

$$m^* = \left| \frac{2\hbar^2}{a^2(E_{max} - E_{min})} \right| = \left| \frac{2\hbar^2}{a^2\Delta E} \right| \Rightarrow \Delta E = \frac{2\hbar^2}{a^2 m^*}.$$

Energija dna posmatrane zone je:

$$E_{min} = E_{max} - \Delta E = \frac{\hbar^2}{a^2} \left(\frac{n^2 \pi^2}{2m_0} - \frac{2}{m^*} \right).$$

□

2. Odrediti širinu najniže dozvoljene zone u Kroni-Peni modelu. Perioda strukture je $a = 0,5 \text{ nm}$, a parametar propustljivosti barijere $P = 0,2 \cdot 10^{11} \text{ m}^{-1}$.

REŠENJE:

Širina najniže dozvoljene zone određena je granicama koje se dobijaju za:

$$ka = 0 \Rightarrow \frac{Pa \sin \beta a}{\beta a} + \cos \beta a = +1,$$

$$ka = \pi \Rightarrow \frac{Pa \sin \beta a}{\beta a} + \cos \beta a = -1.$$

Na osnovu prethodnog zadatka, vrh najniže zone, određen iz druge jednačine je $(\beta a)_{max} = \pi$. Da bi se odredilo dno najniže zone potrebno je rešiti prvu jednačinu, koja je transcendentna, pa se rešenje dobija primenom neke standardne numeričke metode i iznosi $(\beta a)_{min} = 2,6275 \text{ rad}$. Energije dna i vrha najniže dozvoljene energetske zone su:

$$E_{min} = \frac{(\beta a)_{min}^2 \hbar^2}{2m_0 a^2} = 1,05 \text{ eV},$$

$$E_{max} = \frac{(\beta a)_{max}^2 \hbar^2}{2m_0 a^2} = 1,50 \text{ eV}.$$

Energetska širina najniže zone je $\Delta E = 0,45 \text{ eV}$.

□