

Dušan Prodanović

MEHANIKA FLUIDA

za studente
Građevinskog fakulteta

treće izdanje

Univerzitet u Beogradu - Građevinski fakultet
Akademska misao
Novembar, 2024.

Dušan Prodanović
МЕХАНИКА FLUIDA
za studente Građevinskog fakulteta
treće izdanje

Recenzenti izdanja

Prof. dr Marko Ivetić

Prof. dr Miodrag Jovanović

Odobreno za štampu odlukom Nastavno – naučnog veća Građevinskog fakulteta Univerziteta u Beogradu, 28.11.2024. godine

Izdavači

Univerzitet u Beogradu – Građevinski fakultet, i
“Akademska misao”, Beograd

Glavni i odgovorni urednik

Prof. dr Branislav Bajat, dekan Građevinskog fakulteta

Štampa i povez: Planeta print, Beograd

Mesto i godina izdanja: Beograd, 2024

CIP – Каталогизација у публикацији
Народна библиотека Србије, Београд
532(075.8)

ПРОДАНОВИЋ, Душан, 1960-

Mehanika fluida : za studente Građevinskog fakulteta / Dušan Prodanović. – 3. izd. – Beograd : Univerzitet, Građevinski fakultet : Akademska misao, 2024 (Beograd : Planeta print). – XII, 412 str. : graf. prikazi, tabele ; 24 cm

Tiraž 250. – Napomene uz tekst, – Bibliografija: str. 391-392. – Registar.

ISBN 978-86-7518-249-8 (UGF)

а) Механика флуида

COBISS.SR-ID 157511177

©2024 Građevinski fakultet Univerziteta u Beogradu i Akademska misao.
Sva prava zadržavaju izdavači i autor. Zabranjeno preštampavanje i kopiranje.

Sadržaj

1	Uvod	1
1.1	Način i predmet izučavanja	2
1.2	Istorijski pregled razvoja Mehanike fluida	3
1.3	Organizacija knjige	5
2	Fizička svojstva fluida	9
2.1	Veličine, dimenzionalni sistem i jedinice mere	10
2.2	Viskoznost	12
2.3	Gustina (specifična masa) fluida	20
2.4	Težina i specifična težina	21
2.5	Elastične deformacije, stišljivost fluida	22
2.6	Pritisak	24
2.7	Površinski napon i kapilarnost	28
3	Hidrostatika	33
3.1	Promena pritiska u zavisnosti od položaja	34
3.1.1	Pretpostavke za izvođenje jednačine	34
3.1.2	Osnovna jednačina hidrostatike	35
3.1.3	Rešenje osnovne jednačine hidrostatike za homogeni fluid	36
3.1.4	Pijezometarska kota kod homogenog fluida	38
3.1.5	Rešenje osnovne jednačine hidrostatike za nehomogeni fluid	40
3.2	Merenje pritiska	43
3.2.1	Merenje apsolutnog pritiska barometrom	44
3.2.2	Merenje pritiska manometrom	45
3.3	Hidrostaticke sile na čvrste granične površine	50
3.3.1	Hidrostaticke sile na ravne površine	50
3.3.2	Hidrostaticke sile na krive površine	57

3.3.3	Hidrostatička sila potiska	66
3.3.4	Ravanski zadaci	70
3.3.5	Sila pritiska gasa na zidove zatvorenog rezervoara . . .	77
3.4	Relativno mirovanje fluida	79
3.4.1	Pravolinijsko kretanje suda	79
3.4.2	Rotacija suda oko vertikalne ose	82
4	Osnove dinamike fluida	85
4.1	Pojmovi i osnovne karakteristike toka	86
4.1.1	Materijalni delić, strujanje realnog i idealnog fluida . .	86
4.1.2	Stišljiv i nestišljiv, homogen i nehomogen fluid	87
4.1.3	Laminarno i turbulentno strujanje	87
4.1.4	Ustaljeno i neustaljeno strujanje	90
4.1.5	Jednoliko i nejednoliko strujanje	91
4.1.6	Dimenzionalnost problema: 3D, 2D, 1D	92
4.1.7	Trajektorija, strujnica i emisiona linija	93
4.1.8	Protok fluida i srednja brzina	97
4.2	Metode opisivanja kretanja fluida	100
4.3	Koncept kontrolne zapremine	102
4.3.1	Prelazak sa konstantne mase na konstantnu zapreminu	103
4.3.2	Praćenje kretanja materijalnog delića	107
4.3.3	Brzina deformacije materijalnog delića	109
4.3.4	Veza materijalnog izvoda i kontrolne zapremine	114
4.4	Princip održanja mase	116
4.4.1	Jednačina održanja mase	116
4.4.2	Ustaljeno strujanje nehomogenog i homogenog fluida .	118
4.4.3	Primer tečenja u cevi	120
4.5	Održanje količine kretanja	122
4.5.1	Integralna i diferencijalna jednačina održanja količine kretanja	123
4.5.2	Rešenje diferencijalne jednačine održanja količine kre- tanja za određena pojednostavljena	128
4.5.3	Primeri primene Bernulijeve jednačine	133
4.5.4	Navie-Stoksove jednačine	142
4.5.5	Rešenje integralne jednačine održanja količine kretanja za ustaljeno tečenje homogenog fluida u cevi	147
4.5.6	Primeri primene jednačine sila	152
4.6	Održanje energije sistema	155
4.6.1	Integralna i diferencijalna jednačina održanja energije	155

4.6.2	Jednačine mehaničke i toplotne energije	161
4.6.3	Rešenje integralne jednačine održanja energije za ustaljeno tečenje homogenog fluida u cevi	163
4.6.4	Drugi oblik rešenja integralne jednačine održanja energije za ustaljeno tečenje homogenog fluida	168
4.6.5	Poređenje energetske sa Bernulijevom jednačinom	172
4.6.6	Primer primene energetske jednačine	173
5	Dimenzionalna analiza, sličnost i modeli	179
5.1	Dimenzionalna analiza	180
5.1.1	Uvod u dimenzionalnu analizu	180
5.1.2	Bakingemova II teorema	183
5.1.3	Primeri primene dimenzionalne analize	185
5.1.4	Komentari u vezi dimenzionalne analize	191
5.1.5	Standardni bezdimenzionalni brojevi	196
5.2	Sličnost i fizički modeli	201
5.2.1	Geometrijska sličnost	202
5.2.2	Kinematska sličnost	203
5.2.3	Dinamička sličnost	205
5.2.4	Sloboda izbora razmera za fizičke modele	207
5.2.5	Primeri fizičkih modela	209
6	Hidrodinamički otpori	215
6.1	Trenje pri jednolikom tečenju kroz cev	216
6.1.1	Koeficijent linijskog gubitka energije	216
6.1.2	Trenje u cevi pri laminarnom tečenju	223
6.1.3	Prelaz iz laminarnog u turbulentno tečenje	227
6.1.4	Granica između laminarnog i turbulentnog tečenja u cevi	230
6.1.5	Turbulentno tečenje u cevi	232
6.1.6	Otpori trenja u cevima različitih poprečnih preseka	242
6.2	Ukupni otpori tela	246
6.3	Trenje uz ravnu (usamljenu) ploču	247
6.3.1	Osnovne pretpostavke	248
6.3.2	Raspored brzina i granični sloj oko tanke ploče	250
6.3.3	Proračun debljine graničnog sloja	253
6.3.4	Tangencijalni napon i sila trenja	256
6.4	Otpori oblika	260
6.4.1	Osnovne pretpostavke	261
6.4.2	Raspored pritisaka oko tela za idealan fluid	262

6.4.3	Tačka odvajanja graničnog sloja	265
6.4.4	Vrtložni trag	271
6.4.5	Proračun sile otpora oblika	276
6.4.6	Sila uzgona	281
7	Tečenje fluida kroz cevi	285
7.1	Pretpostavke i uslovi za izvođenje jednačina	286
7.2	Osnovne jednačine održanja	289
7.2.1	Jednačina kontinuiteta	290
7.2.2	Dinamička jednačina	292
7.2.3	Energetska jednačina	300
7.3	Primeri primene jednačina održanja	315
7.3.1	Primeri primene energetske jednačine	316
7.3.2	Primer sa dinamičkom jednačinom	321
7.3.3	Dinamička ili energetska jednačina?	325
7.4	Hidrauličke mašine	326
7.4.1	Pumpe (crpke)	327
7.4.2	Turbine	330
7.4.3	Reverzibilne mašine	332
8	Tečenje u otvorenim tokovima	335
8.1	Pretpostavke i uslovi za izvođenje jednačina	336
8.2	Jednoliko tečenje, normalna dubina	338
8.3	Raspored brzina u preseku	345
8.4	Specifična energija, kritična dubina	346
8.4.1	Specifična energija	347
8.4.2	Kritična dubina	349
8.4.3	Kritičan nagib dna kanala	352
8.4.4	Miran i buran režim tečenja	353
8.5	Hidraulički skok	358
8.6	Nejednoliko tečenje (blago promenljivo)	366
8.6.1	Diferencijalna jednačina linije nivoa	367
8.6.2	Rešavanje diferencijalne jednačine linije nivoa	368
8.7	Oblici linije nivoa kod nejednolikog tečenja	370
8.7.1	Nagib linije energije jednak nagibu dna	371
8.7.2	Velika dubina u kanalu	371
8.7.3	Dubina jednaka kritičnoj a različita od normalne	371
8.7.4	Nagib dna kanala manji od kritičnog nagiba	372
8.7.5	Nagib dna kanala veći od kritičnog nagiba	377
8.7.6	Linija nivoa kod promene nagiba ili hrapavosti dna	380

8.8 Isticanje ispod ustave	382
8.9 Prelivanje preko širokog praga	385
A Osnovne i izvedene fizičke veličine	393
B Tabele osobina nekih fluida	397
C Karakteristike ravnih površina i tela	401

Predgovor prvom izdanju

Kurs Mehanike fluida se na Građevinskom fakultetu u Beogradu sluša od 1967. godine kao obavezni predmet na svim smerovima. Osnivač kursa, profesor Georgije Hajdin je 1977. godine štampao i prvo izdanje knjige za ovaj predmet. Uz manje korekcije, knjiga je 2002. godine doživela i svoje peto izdanje, pod naslovom “Mehanika fluida, knjiga prva, OSNOVE”. Iste godine je profesor Georgije Hajdin izdao i drugu knjigu Mehanike fluida, pod nazivom “Uvođenje u hidrauliku”, u kojoj se neke oblasti praktične hidraulike posmatraju i dodatno tumače kroz jednačine hidrodinamike izvedene u prvoj knjizi.

Vremenom su sadržaj kursa i broj časova na redovnim studijama menjani: postepeno se smanjivao teorijski pristup predmetu a sve više je prilagođavan praktičnoj Građevinskoj praksi. Kada sam 2000. godine preuzeo predavanja na predmetu Mehanika fluida, na redovnim studijama, bio sam suočen sa činjenicom da studenti imaju na raspolaganju dve kvalitetne knjige, ali koje ne prate direktno sâm kurs. Zbog toga sam odlučio da napišem klasičan udžbenik koji “čvrsto” prati predavanja i koji sadrži više brojnih primera (zadataka), kako bi se pomoglo studentima da što bolje savladaju materiju. U knjizi se sigurno oseća značajan uticaj profesora Georgija Hajdina kao i uticaj profesora Čede Maksimovića i profesora Marka Ivetića koji su jedno vreme držali predavanja.

Knjiga je nastajala postepeno: prvo su 2002. godine skripta sa predavanja direktno prebačena u formu knjige, a elektronska verzija je stavljena studentima na raspolaganje preko Interneta. Zatim, postepeno je pisano jedno po jedno poglavlje i dodavani su kratki primeri koji bi trebalo da ilustruju izlaganje.

Sâm proces nastajanja knjige je bio prilično spor, jer sam dosta vremena

utrošio na pravljenje slika kojima sam pokušao da što bolje ilustrujem materiju. Veliku zahvalnost za pokazano razumevanje a i izvinjenje dugujem svojoj porodici, supruzi Vesni i sinovima Momčilu i Veljku, zbog toga što sam sate svog slobodnog vremena posvetio pisanju ove knjige. Takođe, zahvaljujem se i svom drugu i kolegi Slobodanu Đorđeviću koji je detaljno iščitao knjigu i pomogao da se otkloni većina grešaka.

Dušan Prodanović

Avgusta 2002. započeto pisanje

Novembra 2007. završeno pisanje

Predgovor drugom izdanju

Pisanje neke stručne knjige, posebno udžbenika, po malo podseća na proces iterativnog rešavanja složenih hidrauličkih problema: napravi se prvo izdanje kao najbolje očekivano rešenje, a onda se, prateći reakcije čitalaca, u narednim izdanjima postepeno poboljšava, čime knjiga konvergira ka najboljem rešenju.

Slična je sudbina i ove knjige. Nakon prvog izdanja, sâm autor je pronašao niz sitnih grešaka i mesta gde je moguće dati bolja i ilustrativnija objašnjenja. Recenzenti knjige su dali predlog da se poboljša organizacija knjige promenom rasporeda pojedinih oblasti, tako da sada nakon izučavanja dinamike fluida, sledi oblast dimenzionalne analize i oblast hidrodinamičkih otpora, a na kraju knjige se nalaze dve oblasti u kojima se primenjuju izvedene i uprošćene jednačine, tečenje u cevima i tečenje u kanalima.

Brojni pažljivi čitaoci, starije i mlađe kolege, kao i studenti doktorskih studija su takođe ukazali na određene propuste u prvom izdanju knjige. Tu bih se pre svega zahvalio jednom od najmlađih kolega, studentu Đikić Draganu, koji je detaljno iščitao knjigu i, zahvaljujući njegovom krajnje konstruktivnom prilazu, učinio da ovo drugo izdanje bude još bolje. Koleginica Tijana Jovanović je vredno i pažljivo proverila sve proračune u knjizi, dok je moj sin Veljko Prodanović dao značajan doprinos na sređivanju pojedinih (prenatrpanih) slika.

Dušan Prodanović
Septembra 2013.

Predgovor trećem izdanju

Prethodno, drugo izdanje se rasprodalo i došlo je vreme da se odštampa dodatni tiraž. Otklonjeno je par sitnijih grešaka koje su primećene:

- Slika 2.1 na strani 13: dodata je oznaka za debljinu sloja vode h .
- Slika 4.19 na strani 125: Na desnom elementarnom deliću prikazani devijatorski naponi τ_{xx}^d su trebali da budu nacrtani u suprotnom smeru. Sada je ispravljeno da budu orijentisani prema površini.
- Primer 4.5.3 na strani 137: u izrazu za koeficijent kontrakcije mlaza, količnik $\frac{d_{ml}}{d}$ je trebalo da bude na kvadrat. A rezultat za $C_A = 0,656$ je bio korektan:

$$C_A = \frac{A_{ml}}{A} = \left(\frac{d_{ml}}{d}\right)^2 = \frac{0,81^2}{1^2} = 0,656$$

- Primer 4.5.5 na strani 146: u trećem pasusu primera, u drugoj rečenici je, pored uslova da je u pitanju ustaljeno strujanje, dodat i uslov da je strujanje jednoliko.
- Na strani 156, u drugoj rečenici prvog pasusa, pogrešan je smer prebacivanja člana unutrašnje energije. Ranije je pisalo da se član prebacuje na desnu stranu izraza, a sada je popravljeno, prebacuje se na levu stranu izraza.
- Na strani 212, izraz u poslednjem redu, brzina V je napisana sa indeksom 2, a treba da bude na kvadrat: V^2 .

U periodu od izdanja prethodne knjige, promenjen je fond sati na predmetu Mehanika fluida. Akreditacijom Fakulteta od 2021. godine, prešlo se sa sistema četiri godine osnovnih akademskih studija (OAS) i jedne godine master akademskih studija (MAS), na sistem tri godine OAS i dve godine MAS. Tom promenom je predmet dobio 15 sati predavanja više, pa je uvedena još jedna oblast (strujanje u porznoj sredini) uz promenjen obim predavanja u oblasti tečenja fluida kroz cevi i oblasti tečenja sa otvorenim tokovima. Ostavlja se mlađim kolegama, naslednicima na predmetu, da preurede ovaj udžbenik ili pripreme sasvim novi. Preuređivanje može da obuhvati samo dopisivanje još jednog poglavlja, a može i da zahvati drastično smanjenje poglavlja 4 (Osnove dinamike fluida) kao i detaljniju “rekonstrukciju” poglavlja 8 (Otvoreni tokovi) u skladu sa materijalom koji se predaje po tekućem nastavnom planu. Zbog svega ovoga, tiraž u kome se štampa ovo treće izdanje nije veliki, trebalo bi da je taman dovoljan da dâ vremena mlađim kolegama da sprema novi ili preurede ovaj udžbenik.

Dušan Prodanović
Novembar 2024.

Glava 1

Uvod

Kroz dva kursa na predmetu Tehnička mehanika, koju slušaju studenti Građevinskog fakulteta, izučava se mirovanje i kretanje materijalnih (krutih) tela. U opštu mehaniku spada i predmet Mehanika fluida, koji izučava mirovanje i kretanje fluida. Kretanje fluida se obično naziva *strujanje* (termin češće koriste stručnjaci sa Mašinskog fakulteta i obuhvata kretanje gasova i tečnosti) ili *tečenje* (uobičajen termin u građevinskoj struci i odnosi se uglavnom na tečnosti. Termin nije dovoljno precizan, jer se koristi i kod materijala sa sporim plastičnim deformacijama, na primer betona, gde bi bilo bolje reći *puzanje*).

Definicija *fluida* ima mnogo. U najširem smislu, *fluid je sve ono što teče ili struji*, odnosno *čiji delići mogu kontinualno da menjaju svoj relativni položaj*. Takođe, definicija fluida može biti i da su to *materije koje se kontinualno deformišu pod dejstvom i najmanjeg tangencijalnog napona*, odnosno *materije kod kojih ne postoje tangencijalni naponi kada je u mirovanju*. Fluidi se mogu definisati i kao *materije koje se u potpunosti prilagođavaju obliku suda u kome se nalaze*.

Razlika između krutih tela i fluida je, najčešće, očigledna. Međutim, postoje neke materije, koje nije jednostavno klasifikovati. Katran je, na primer fluid, ali ne teče lako: potrebni su dani da bi pod uticajem gravitacije zauzeo oblik posude u koju se stavi. Sa druge strane, mnoga kruta tela će početi da “teku” kada se izlože velikim silama i kada dođe do plastičnih deformacija. Osnovna razlika, ipak postoji: svaki fluid, bez obzira koliko bio čvrst ili viskozan, počinje da teče ukoliko je izložen i najmanjem tangencijalnom naponu i nastavlja da teče sve dok postoji taj napon. S druge strane, kruto telo, bez obzira koliko bilo plastično, ne počinje da teče dok tangencijalni napon ne pređe određenu granicu.