

Статика конструкција 1
Збирка задатака са изводима из
теорије

др Мирослав Марјановић
др Милош Јочковић
Марија Милојевић
др Емилија Јочић
Матија Бошковић

Београд, 2024.

др Мирослав Марјановић, др Милош Јочковић, Марија Милојевић,
др Емилија Јочић, Матија Бошковић

СТАТИКА КОНСТРУКЦИЈА 1

Збирка задатака са изводима из теорије

Издавач

Универзитет у Београду - Грађевински факултет

За издавача

Проф. др Владан Кузмановић, декан

Рецензенти

Проф. др Мира Петронијевић

В. проф. др Марија Нефовска-Даниловић

Дизајн насловне стране

Борис Поповић

Фотографија на корицама

vwalakte on Freepik.com

Штампа

Планета принт, Београд

Тираж

500 примерака

ISBN 978-86-7518-243-6

Предговор

Ова збирка представља резултат вишегодишње наставне активности аутора на предметима из области *теорије конструкција* на Грађевинском факултету Универзитета у Београду (*Статика конструкција* и *Теорија конструкција*). Предмет *Статика конструкција 1*, који разматра анализу равних линијских носача у грађевинским конструкцијама применом класичних метода прорачуна, уведен је у наставни план школске 2021/22. године. Налази се у 4. семестру у Курикулуму основних академских студија Грађевинарства, које по први пут од увођења наставних планова у складу са Болоњском декларацијом трају 3 године (180 ЕСПБ). Такође, по први пут, предмет из области статике линијских носача сви студенти Грађевинског факултета слушају као заједнички курс.

Наведене специфичности биле су основни мотив и изазов ауторима да, сагледавајући потребе савременог грађевинског инжењера данас, узимајући у обзир претходна знања студената стечена на предметима *Техничка механика 1*, *Техничка механика 2* и *Отпорност материјала*, са мером и нарочитом пажњом дефинишу обим практичних проблема које, у оквиру предвиђеног курса, будући инжењери морају савладати и стећи чврст основ за наставак студија на једном од модула на двогодишњим мастер академским студијама (120 ЕСПБ).

Основна премиса у припреми ове збирке била је да се већ од првог предмета из области теорије конструкција, мора код будућих инжењера грађевинарства инсистирати на инжењерској логици. Стога, у оквиру сваке тематске целине, решени проблеми приказани су полазећи од једноставних ка сложенијим проблемима, са циљем да се студенти постепено уводе у различите сфере статичке анализе линијских носача. Представљени носачи су у одређеном броју случајева анализирани параметарски, са циљем да се покаже како варијација појединих параметара утиче на решење разматраног проблема. Поново, са циљем развоја инжењерске логике код будућих инжењера грађевинарства.

Аутори су захвални предметним наставницима на предметима теорије конструкција: проф. др Ђорђу Вуксановићу (1951-2016), проф. др Мири Петронијевић и в. проф. др Глигору Раденковићу (1956-2019), на знању које су годинама, посвећено и несебично, преносили својим следбеницима - ауторима ове збирке. Свако од њих уткао је део свог знања и инжењерског искуства у текст ове збирке.

Аутори се посебно захваљују рецензентима проф. др Мири Петронијевић и в. проф. др Марији Нефовској-Даниловић на пажљивој рецензији рукописа и корисним саветима који су помогли да се број могућих грешака у припреми ове збирке сведе на минимум. Захвалност дугујемо др Марку Радишићу на корисним саветима приликом техничке припреме ове збирке. Аутори су свесни да материјал овог обима садржи и ненамерне грешке, и биће захвални читаоцима уколико им укажу на њих, са жељом да будућа издања ове збирке буду вишег квалитета.

Надамо се да збирка неће представљати читаоцу само материјал за припрему испита из *Статике конструкција 1*, већ много више од тога - својеврстан подсетник на приступ решавању инжењерских проблема у статисти линијских носача. Иако збирка у значајној мери садржи теоријске основе, аутори инсистирају на чињеници да она може представљати само помоћни материјал за учење, а да је за ефикасну припрему испита и савладавање градива неопходан континуиран рад и редовно присуство предавањима и вежбама.

Коначно, надамо се да ће збирка бити од користи и инжењерима у пракси, који желе да обнове своја знања, као и студентима свих грађевинских факултета у Србији и региону.

У Београду, јануар 2024.

Аутори

Садржај

Предговор	3
1 Основе анализе равних линијских носача	9
1.1 Срачунавање дијаграма трансверзалних сила из дијаграма момената	10
1.2 Кинематичка и статичка класификација носача	15
1.3 Основе графостатике. Полигон сила	20
1.4 Реакције и пресечне силе статички одређених носача који се састоје из једне (кинематички) круте плоче	24
1.5 Силе у пресецима просте греде оптерећене попречним оптерећењем	29
1.6 Задаци за самосталан рад	36
2 Носачи који се састоје од више крутих плоча	41
2.1 Лучни носачи	41
2.2 Вишеспратни оквири	54
2.3 Носачи који се састоје од ланца плоча	56
2.4 Носачи који се састоје од ланца плоча и низа простих штапова	66
2.5 Задаци за самосталан рад	78
3 Решеткасти носачи	81
3.1 Анализа решеткастих носача	81
3.2 Задаци за самосталан рад	97
4 Основе анализе дејстава на грађевинске конструкције	99
4.1 Преношење оптерећења са секундарних на главне конструктивне елементе	100
4.2 Задаци за самосталан рад	112
5 Покретно оптерећење	115

5.1	Срачунавање утицаја из утицајних линија	117
5.2	Критеријуми за меродаван положај покретног оптерећења	118
5.3	Утицајне линије конзоле и просте греде	120
5.4	Одређивање дијаграма екстремних вредности статичких утицаја	126
5.5	Задаци за самосталан рад	138
6	Померања пуних и решеткастих носача	141
6.1	Одређивање генералисаног померања носача. Принцип виртуалних сила	141
6.2	Дијаграми померања носача. Мор - Максвелова аналогија	158
6.3	Задаци за самосталан рад	173
7	Статички неодређени носачи	177
7.1	Метода сила	178
7.2	Генералисана померања статички неодређених носача	186
7.3	Дијаграми померања статички неодређених носача	187
7.4	Континуални носачи	197
7.5	Симетрични носачи	205
7.6	Задаци за самосталан рад	216

СТАТИКА КОНСТРУКЦИЈА 1
Збирка задатака са изводима из теорије

1. Основе анализе равних линијских носача

Из техничке механике познато је да се тело у стању мировања налази у тзв. *статичкој равнотежи*. Резултанта спољашњих сила које делују на тело (или тзв. *крту плочу*), и сила које се у *ослоначким тачкама* супротстављају дејству спољашњих сила (*реакције ослонаца*), једнака је нули. Ово је у складу са Њутновим *законом акције и реакције*.

Поред тога што сума свих сила (активних и реактивних) које делују на тело мора бити једнака нули, исто мора бити испуњено и за дејство *момента* свих сила, у односу на било коју тачку посматраног тела.

Уколико је тело у статичкој равнотежи, а за референтни координатни систем се усвоји Декартов координатни систем xuz , важе следеће једначине равнотеже:

$$\begin{aligned}\Sigma F_x = 0, \quad \Sigma F_y = 0, \quad \Sigma F_z = 0 \\ \Sigma M_x = 0, \quad \Sigma M_y = 0, \quad \Sigma M_z = 0\end{aligned}\tag{1.1}$$

У оквиру *Статике конструкција 1*, разматрају се *равни линијски носачи*. У највећем броју грађевинских конструкција, главни конструктивни елементи заправо и јесу равни линијски носачи. Стога, једначина 1.1 која представља *шест услова равнотеже* тела у простору, своди се на три услова равнотеже тела у равни:

$$\Sigma F_x = 0, \quad \Sigma F_y = 0, \quad \Sigma M_z = 0\tag{1.2}$$

Уобичајено је да се једначина 1.2 пише и као:

$$\Sigma F_H = 0, \quad \Sigma F_V = 0, \quad \Sigma M = 0\tag{1.3}$$

или

$$\Sigma X = 0, \quad \Sigma Y = 0, \quad \Sigma M = 0\tag{1.4}$$

1.1 Срачунавање дијаграма трансверзалних сила из дијаграма момената

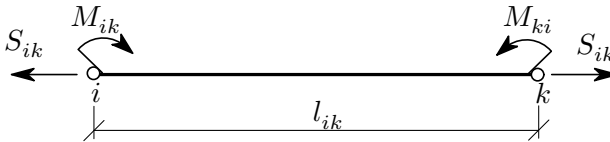
Силе у произвољном пресеку c неког штапа ik се могу одредити ако је познато оптерећење дуж штапа и три статички независне величине штапа: X_1, X_2 и X_3 . Тада се силе у произвољном пресеку c одређују применом принципа суперпозиције, на следећи начин:

$$N = N_0 + \sum_{i=1}^3 X_i N_i, \quad T = T_0 + \sum_{i=1}^3 X_i T_i, \quad M = M_0 + \sum_{i=1}^3 X_i M_i \quad (1.5)$$

У претходном изразу, N_0, T_0 и M_0 су силе у пресеку c услед спољашњег оптерећења, при чему су све статички независне величине једнаке нули ($X_1 = X_2 = X_3 = 0$), док су $X_i (i = 1, 2, 3)$ вредности пресечних сила у стањима $X_i = 1$, при чему је спољашње оптерећење једнако нули.

Како би се проблем одређивања пресечних сила свео на решавање просте греде, за статички независне величине усвајају се аксијална сила штапа S_{ik} и моменти на крајевима штапа M_{ik} и M_{ki} (Слика 1.1):

$$X_1 = S_{ik} = \frac{N_{ik} + N_{ki}}{2}, \quad X_2 = M_{ik}, \quad X_3 = M_{ki} \quad (1.6)$$



Слика 1.1. Статички независне величине штапа

Применом принципа суперпозиције, дијаграми пресечних сила се одређују као збир дијаграма услед задатог оптерећења и дијаграма услед сила на крајевима штапа:

$$N = S_{ik} + \frac{R_T}{2} - \int_i^c p_t ds, \quad T = \frac{M_{ki} - M_{ik}}{l_{ik}} + T_0 \quad (1.7)$$

$$M = M_{ik} \xi' + M_{ki} \xi' + M_0$$

где су:

$$R_T = \int_i^k p_t ds, \quad \xi' = \frac{x'}{l_{ik}}, \quad \xi = \frac{x}{l_{ik}} \quad (1.8)$$

док су T_0 и M_0 дијаграми пресечних сила услед попречног оптерећења p_n на одговарајућој простој греди распона l_{ik} , а R_T резултанта попречног оптерећења.