

Slobodan Lubura, Božidar Popović, Srđan Lale

ELEKTROTEHNIKA
elektrostatika
i kola jednosmjerne struje

Univerzitet u Istočnom Sarajevu
Elektrotehnički fakultet
Akademska misao
2023.

Naziv udžbenika: „ELEKTROTEHNIKA – elektrostatika i kola jednosmjerne struje“

Autori: prof. dr Slobodan Lubura, Elektrotehnički fakultet u Istočnom Sarajevu
prof. dr Božidar Popović, Elektrotehnički fakultet u Istočnom Sarajevu
doc. dr Srđan Lale, Elektrotehnički fakultet u Istočnom Sarajevu

Recenzenti: prof. dr Mitar Simić, Elektrotehnički fakultet u Banjoj Luci
prof. dr Vladimir Rajs, Fakultet tehničkih nauka u Novom Sadu

Lektor: Danijela Lubura, profesor

Izdavač: Univerzitet u Istočnom Sarajevu, Elektrotehnički fakultet
Akademska misao, Beograd

Štampa: Akademska misao, Beograd

Tiraž: 300 primjeraka

ISBN 978-86-7466-977-8

Odlukom Senata Univerziteta u Istočnom Sarajevu broj 01-C-200-LII/23 od 29.06.2023. godine rukopis „ELEKTROTEHNIKA – elektrostatika i kola jednosmjerne struje“ autora prof. dr Slobodana Lubure, prof. dr Božidara Popovića i doc. dr Srđana Lala odobren je za štampu kao univerzitetski udžbenik na Elektrotehničkom fakultetu Univerziteta u Istočnom Sarajevu.

PREDGOVOR

Ovaj rukopis u formi udžbenika ima prvenstveno cilj da unaprijedi nastavni proces, te da studentima olakša savladavanje nastavnih jedinica iz oblasti elektrotehnike: elektrostatika i jednosmjerne struje. Udžbenik je prvenstveno namijenjen studentima mašinskog, pedagoškog, tehnološkog i fakulteta za proizvodnju i menadžment, Univerziteta u Istočnom Sarajevu na kojima autori izvode nastavu na predmetima Elektrotehnika, Elektrotehnika 1, Elektrotehnika 2 i Osnove elektrotehnike. Nastavni planovi i programi pomenutih predmeta u potpunosti su obuhvaćeni sadržajem ovog udžbenika, pa se u njemu mogu naći i neke nastavne jedinice koje nisu uobičajene za klasične udžbenike elektrotehnike u kojima se obrađuju elektrostatika i jednosmjerne struje. Na osnovu višegodišnjeg iskustva u izvođenju nastave na pomenutim fakultetima i iskustava sa generacijama studenata, odlučili smo, da koliko je to bilo moguće, uprostimo i pojednostavimo matematički alat potreban za praćenje i savladavanje izložene materije. Integralne i diferencijalne jednačine kojima se standardno opisuju različiti fenomeni u pomenutim oblastima elektrotehnike su pojednostavljene i svedene na obične algebarske jednačine ili izraze. Svako poglavlje u udžbeniku obogaćeno je mnoštvom ilustracija i urađenih računskih primjera, kako bi se tim didaktičkim metodama studentima približile izložene nastavne jedinice. Udžbenik se sastoji od devet poglavlja.

Prvo poglavlje koje nosi naziv ELEKTROSTATIKA, najopširnije je, i sastoji se od 17 odjeljka. Poglavlje započinje sa kratkim istorijatom o elektricitetu, naelektrisanjima i Kulonovim zakonom kao jednim od fundamentalnih zakona u elektrostatiki. Poglavlje se nastavlja izlaganjima o električnom (elektrostatičkom) polju, Gausovom zakonu za određivanje intenziteta polja u okolini naelektrisanih tijela, zatim pojmovima kao što su potencijal, potencijalna razlika i električni napon. Slijede odjeljci u kojima je opisano ponašanje provodnih tijela i dielektrika u elektrostatičkom polju, uveden pojam vektora električnog pomjeraja i izveden Maksvelov postulat. Zatim, slijede odjeljci posvećeni pojmovima kapacitivnosti i električnim kondenzatorima. Poglavlje se završava odjeljkom posvećenim energiji i sili elektrostatičkog polja.

Drugo poglavlje nosi naziv ELEKTRIČNO KOLO, STRUJA I IZVORI i sastoji se od sedam odjeljka. Poglavlje započinje sa opisom prostog električnog kola, definicijama jačine i gustine električne struje, te opisom instrumenata za mjerenje napona i struje u električnom kolu. Poglavlje se nastavlja izlaganjima o vremenski konstantnim izvorima električne energije sa detaljnim opisom primarnih i sekundarnih baterija kao izvora jednosmjernog napona, te opisom fotonaponske ćelije i modula kao izvora jednosmjerne struje koji se danas široko koriste u praksi. Poglavlje se završava odjeljkom posvećenim mehaničkim prekidačima, osiguračima i rastavnim sklopkama kao sastavnim elementima električnih kola.

Treće poglavlje nosi naziv ELEKTRIČNA OTPORNOST i sastoji se od šest odjeljka. Poglavlje započinje uvođenjem pojma električne otpornosti, otpornosti provodnika i njene zavisnosti od temperature. Poglavlje se nastavlja odjeljcima o osnovnim parametrima i označavanju otpornika kao električnih komponenti i vrstama otpornika. Poglavlje se završava odjeljkom posvećenim mjerenju električne otpornosti.

Četvrto poglavlje OMOV ZAKON, SNAGA I ENERGIJA sastoji se od četiri odjeljka. Poglavlje započinje odjeljkom o Omovom zakonu kao jednom od fundamentalnih zakona u elektrotehnici, nakon čega slijedi odjeljak posvećen isto tako važnom zakonu u elektrotehnici, a to je Džulov zakon. Poglavlje se nastavlja odjeljcima o električnoj snazi i energiji, a završava sa brojljima za mjerenje električne energije.

Peto poglavlje SERIJSKA KOLA JEDNOSMJERNE STRUJE sa pet odjeljka, započinje odjeljkom o II Kirhofovom zakonu (za napone u kolu), takođe, kao jednom od fundamentalnih zakona u elektrotehnici. Poglavlje se nastavlja odjeljcima o serijskoj vezi otpornika i izvora, a završava primjenom Omovog zakona u analizi serijskih električnih kola.

Slično petom poglavlju, šesto poglavlje ima naziv PARALELNA KOLA JEDNOSMJERNE STRUJE, i sastoji se od pet odjeljka. Poglavlje započinje odjeljkom o I Kirhofovom zakonu (za struje u čvorovima), a nastavlja se odjeljcima o paralelnoj vezi otpornika i izvora. Zatim slijede odjeljci posvećeni primjeni Omovog zakona u analizi paralelnih električnih kola.

Sedmo poglavlje nosi naziv SLOŽENA KOLA JEDNOSMJERNE STRUJE i sastoji se od dva odjeljka. U prvom odjeljku, ukratko je opisana analiza složenih kola jednosmjerne struje, a u drugom odjeljku opisani su postupci transformacije veze potrošača iz spoja zvijezda u trougao i obrnuto.

Osmo poglavlje ima naslov METODE RJEŠAVANJA ELEKTRIČNIH KOLA i sastoji se od četiri odjeljka. Poglavlje započinje odjeljkom o pretvaranju realnih izvora napona u realne izvore struje i obrnuto, a nastavlja se odjeljcima koji su posvećeni metodama za analizu kola jednosmjerne struje, a to su: direktna primjena Kirhofovih zakona, metoda konturnih struja i metoda potencijala čvorova.

U posljednjem devetom poglavlju OSNOVNE TEOREME U ELEKTRIČNIM KOLIMA opisane su dvije metode koje se često koriste pri analizi kola, a to su: princip superpozicije i metoda ekvivalentnog generatora, koja obuhvata Tevenenovu i Nortonovu teoremu ekvivalentnog generatora.

Prilikom pisanja udžbenika potkradaju se i greške, pa svjesni toga molimo sve čitaoce, prvenstveno naše studente, da na adrese slobodan.lubura@etf.ues.rs.ba, bozidar.popovic@etf.ues.rs.ba i srdjan.lale@etf.ues.rs.ba dostave sve primjedbe i sugestije.

U Istočnom Sarajevu, maja 2023. godine

Autori

Sadržaj

PREDGOVOR	I
1. ELEKTROSTATIKA	1
1.1. Opšti pojmovi o elektricitetu.....	1
1.2. Načini naelektrisanja tijela.....	2
1.3. Sastav atoma i elementarna količina naelektrisanja.....	3
1.4. Raspodjela naelektrisanja na tijelima.....	6
1.5. Kulonov zakon.....	9
1.5.1. Izračunavanje Kulonove sile za slučaj više tačkastih naelektrisanja.....	11
1.6. Pojam električnog polja. Vektor jačine električnog polja.....	14
1.6.1. Električno polje tačkastog naelektrisanja.....	15
1.6.2. Električno polje koje potiče od više tačkastih naelektrisanja.....	19
1.6.3. Linije vektora jačine električnog polja.....	20
1.6.4. Homogeno i nehomogeno električno polje.....	23
1.7. Fluks vektora jačine električnog polja.....	23
1.8. Gausov zakon.....	24
1.8.1. Određivanje intenziteta vektora električnog polja primjenom Gausovog zakona.....	25
1.9. Generalizacija Gausovog zakona za proizvoljnu zatvorenu površinu.....	26
1.10. Potencijal, potencijalna razlika i električni napon.....	34
1.10.1. Električni potencijal tačkastog naelektrisanja.....	38
1.10.2. Ekvipotencijalne površine i njihova veza sa intenzitetom vektora električnog polja E	41
1.11. Provodna tijela u elektrostatičkom polju.....	44
1.11.1. Primjeri ponašanja provodnih tijela u elektrostatičkom polju.....	45
1.12. Dielektrici u elektrostatičkom polju.....	46
1.12.1. Polarizacija dielektrika.....	46
1.12.1.1. Napolarni dielektrici.....	47
1.12.1.2. Polarni dielektrici.....	48
1.12.2. Vezana naelektrisanja.....	50
1.12.3. Dielektrična čvrstoća.....	51
1.13. Vektor električnog pomjeraja (indukcije).....	51
1.14. Maksvelov postulat.....	53
1.15. Pojam kapacitivnosti.....	56
1.16. Kondenzatori.....	58
1.16.1. Pločasti kondenzator.....	58
1.16.2. Kapacitivnost pločastog kondenzatora.....	59
1.16.3. Pločasti kondenzatori sa višeslojnim dielektricima.....	63
1.16.4. Osnovni parametri, označavanje, i vrste kondenzatora.....	68
1.16.4.1. Osnovni parametri kondenzatora.....	68

1.16.4.2. Označavanje kondenzatora.....	69
1.16.4.3. Vrste kondenzatora.....	70
1.16.4.3.1. Kondenzatori sa stalnom kapacitivnošću	70
1.16.4.3.2. Elektrolitski kondenzatori	74
1.16.4.3.3. Kondenzatori promjenljive kapacitivnosti	77
1.16.5. Vezivanje kondenzatora	77
1.16.5.1. Paralelna veza kondenzatora	77
1.16.5.2. Serijska veza kondenzatora	79
1.16.6. Djelitelj napona sa kondenzatorima	84
1.17. Energija i sile elektrostatičkog polja	86
1.17.1. Energija međudjelovanja između naelektrisanih tijela.....	86
1.17.2. Sila u elektrostatičkom polju.....	90
2. ELEKTRIČNO KOLO, STRUJA I IZVORI	93
2.1. Prosto električno kolo.....	93
2.2. Jačina električne struje	94
2.3. Gustina električne struje.....	96
2.4. Tehnički i fizički smjer struje.....	99
2.5. Instrumenti za mjerenje napona i jačine struje	100
2.5.1. Konfiguracija multimetra za mjerenje jednosmjernog napona i jačine struje	101
2.5.2. Mjerenje napona	101
2.5.3. Mjerenje jačine struje	103
2.5.4. Šematske oznake voltmetara i ampermetara	103
2.6. Izvori električne energije (električni generatori).....	104
2.6.1. Izvori jednosmjernog napona	104
2.6.1.1. Model i osnovne karakteristike baterija	105
2.6.1.2. Osnovni tipovi baterija.....	108
2.6.1.2.1. Primarne baterije	109
2.6.1.2.2. Sekundarne baterije	111
2.6.1.3. Serijska i paralelna veza baterijskih ćelija	118
2.6.2. Izvori jednosmjerne struje	119
2.6.2.1. Fotonaponske ćelije i paneli.....	120
2.7. Mehanički prekidači, osigurači i rastavne sklopke.....	125
2.7.1. Mehanički prekidači	125
2.7.2. Osigurači	128
2.7.2.1. Topljivi osigurači	129
2.7.2.2. Elektromagnetni (automatski) osigurači	130
2.7.3. Rastavne sklopke.....	132
3. ELEKTRIČNA OTPORNOST	133

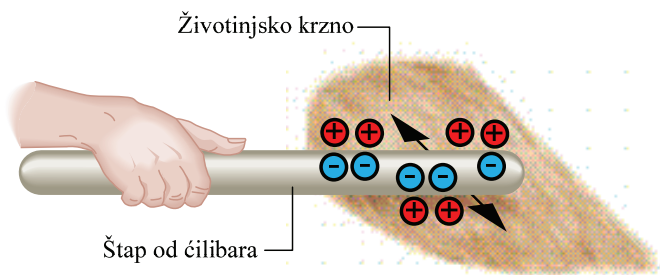
3.1. Pojam električne otpornosti	133
3.2. Električna otpornost pravolinijskog provodnika	135
3.3. Zavisnost električne otpornosti od temperature	138
3.4. Osnovni parametri i označavanje otpornika	142
3.4.1. Osnovni parametri otpornika	142
3.4.2. Označavanje otpornika	143
3.5. Vrste otpornika	147
3.5.1. Otpornici sa stalnom otpornošću	147
3.5.2. Promjenljivi otpornici	149
3.5.3. Nelinearni otpornici	151
3.6. Mjerenje električne otpornosti	154
4. OMOV ZAKON, SNAGA I ENERGIJA	157
4.1. Omov zakon u električnom kolu	157
4.1.1. Grafička interpretacija Omovog zakona	159
4.1.1.1. Linearna zavisnost između napona i struje u kolu	159
4.1.1.2. Obrnuta zavisnost struje u kolu od otpornosti kola	160
4.2. Džulov zakon	163
4.3. Električna snaga	165
4.3.1. Smjer prenosa snage u električnim kolima	166
4.4. Električna energija	168
4.3.2. Mjerenje električne energije u distributivnim mrežama	169
4.3.2.1. Indukciona brojila električne energije	170
4.3.2.2. Elektronska brojila električne energije	172
5. SERIJSKA KOLA JEDNOSMJERNE STRUJE	173
5.1. II Kirhofov zakon (za napone u kolu)	174
5.2. Serijska veza otpornika	176
5.3. Serijska veza naponskih izvora	178
5.4. Premještanje komponenti u serijskom električnom kolu	179
5.5. Primjena Omovog zakona u analizi serijskih kola	180
5.6. Djelitelj napona	183
6. PARALELNA KOLA JEDNOSMJERNE STRUJE	187
6.1. I Kirhofov zakon (struje u čvorovima)	190
6.2. Paralelna veza otpornika	193
6.3. Paralelna veza idealnih izvora jednosmjerne struje	198
6.4. Primjena Omovog zakona u analizi paralelnih električnih kola	200
6.5. Djelitelj struje	202
7. SLOŽENA KOLA JEDNOSMJERNE STRUJE	207
7.1. Analiza složenih kola	209

7.2. Transformacija veze otpornika zvijezda-trougao i trougao-zvijezda	214
7.2.1. Transformacija veze otpornika trougao-zvijezda	215
7.2.2. Transformacija veze otpornika zvijezda-trougao	218
8. METODE RJEŠAVANJA ELEKTRIČNIH KOLA.....	223
8.1. Pretvaranje realnih izvora jednosmjerne struje u realne izvore jednosmjernog napona i obrnuto	224
8.2. Metoda direktne primjene Kirhofovih zakona	227
8.3. Metoda konturnih struja	231
8.4. Metoda potencijala čvorova	234
9. OSNOVNE TEOREME U ELEKTRIČNIM KOLIMA.....	241
9.1. Princip superpozicije	241
9.2. Metoda ekvivalentnog generatora	245
9.2.1. Tevenenova teorema.....	245
9.2.2. Nortonova teorema	251
LITERATURA	261

1. ELEKTROSTATIKA

1.1. Opšti pojmovi o elektricitetu

Prve pojave vezane za elektricitet primijećene su još u staroj Grčkoj. Tales iz Mileta (Thalés Miléisos, oko 625-547. prije n.e.) je znao za privlačnu moć ćilibara kojeg su Sirijci zvali i kamen kradljivac. Kada se štapić od ćilibara protrlja vunenom tkaninom, on počinje da privlači lake predmete (slika 1.1.).



Slika 1.1. Prenos negativnih naelektrisanja na štap od ćilibara

U svim dokumentima iz tog perioda koji su sačuvani, pominje se samo pojam privlačenje, dok odbojne sile tada nisu primijećene.

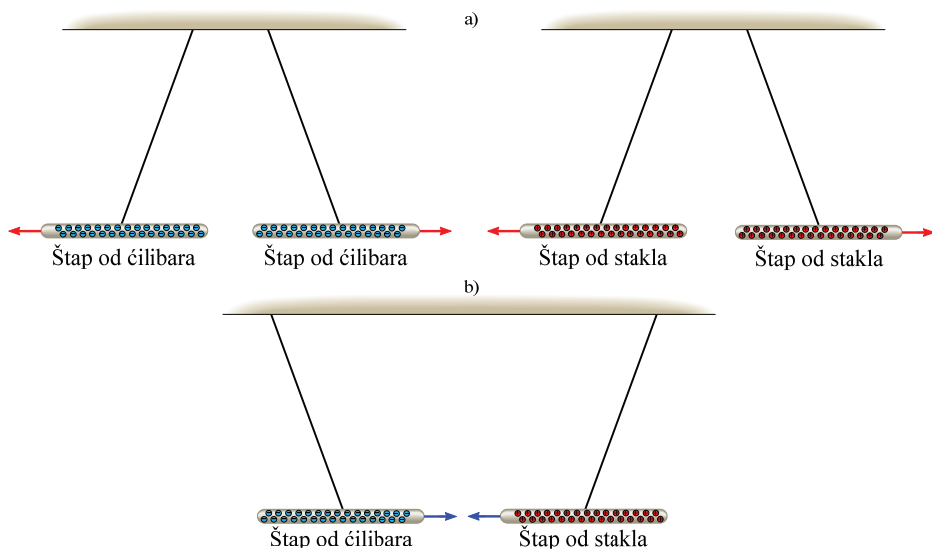
1600. godine engleski ljekar Džilbert (William Gilbert, 1544-1603) objavljuje svoje epohalno djelo „De Magnete“ u kome je samo jedno poglavlje posvećeno elektricitetu. Džilbert je eksperimentima pokazao da mnogi materijali kao što su staklo, vosak ili sumpor kada se protrljaju mogu da privlače druga laka tijela, na primjer, pramenove vune ili kose, drvene opiljke, itd. Koristeći grčku riječ *elektron*, koja znači ćilibar, Džilbert je predložio da se sva tijela koja se mogu dovesti u stanje da privlače lake predmete nazovu *naelektrisana* tijela, a ona koja ne posjeduju osobinu privlačenja nazvao je *neelektrična* tijela.

Sistematizovana znanja o elektricitetu, počevši od radova Džilberta, 1733. godine objavio je francuski hemičar Di Fej (Charles-Francois de Cisterny du Fay, 1698-1739) u osam saopštenja, koja je podnio Akademiji nauka u Parizu. Od svih podnijetih saopštenja najvažnije je četvrto: *O privlačenju i odbijanju električnih tijela*. Di Fej je eksperimentalnim putem koristeći različite materijale došao do zaključka da postoje dvije vrste *naelektrisanja*, koja su kasnije nazvana *pozitivna* i *negativna naelektrisanja* (Bendžamin Frenklin). Tako na primjer, ćilibar postaje negativno naelektrisan kada se protrlja krznom, dok staklo, kada se protrlja svilom, postaje pozitivno naelektrisano.

Daljim eksperimentima Di Fej je pokazao da se dva naelektrisana štapa ćilibara ili stakla međusobno odbijaju, dok se štapovi od ćilibara i stakla međusobno privlače (slika 1.2.). Konačno, ubjeđenja da postoje dvije vrste naelektrisanja daje im različite nazive: *staklasta* i *smolasta* naelektrisanja i donosi opšti zaključak: Naelektrisana tijela koja su naelektrisana istim tipom naelektrisanja međusobno se odbijaju, a privlače ona naelektrisana tijela koja su naelektrisana suprotnom vrstom naelektrisanja.

Nezavisno od Di Feja, 1847. godine američki naučnik Bendžamin Frenklin (Benjamin Franklin, 1706 - 1790) ustanovio je da bez obzira na vrstu materijala, u prirodi postoje samo dvije vrste naelektrisanja: ona koja se nagomilaju na štapi od ćilibara kada se protrlja krznom i ona koja se

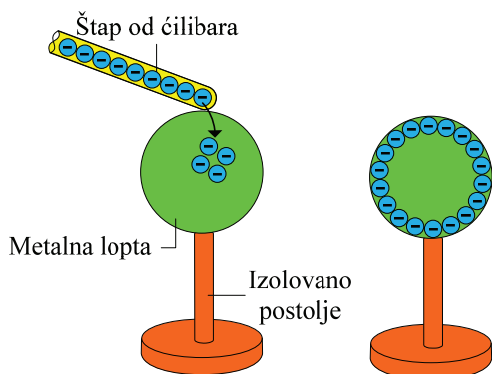
nagomilaju na štapu od stakla kada se svilom. Prvu vrstu naelektrisanja nazvao je *negativnim*, a drugu *pozitivnim*. Ovi nazivi označavaju naelektrisanja suprotnog tipa, međunarodnom konvencijom su prihvaćeni i koriste se u tehničkoj terminologiji.



Slika 1.2. a) Odbijanje predmeta naelektrisanih istoimenom vrstom naelektrisanja, b) privlačenje predmeta naelektrisanih raznoimenom vrstom naelektrisanja

1.2. Načini naelektrisanja tijela

Kada se negativno naelektrisani štap od čilibara protrlja sa površinom metalne lopte, dio viška negativnog naelektrisanja će se sa štapa prenijeti na loptu. Nakon što se štap od čilibara odvoji od metalne lopte, ova negativna naelektrisanja će se ravnomjerno raspodijeliti po površini metalne lopte, a izolovano postolje će ih spriječiti da se raspodjeljuju dalje u okolni prostor, kako je to prikazano na slici 1.3. Kažemo da se metalna lopta negativno naelektrisala.



Slika 1.3. Naelektrisanje tijela međusobnim dodirom