Dragan N. FILIPOVIĆ

UOPŠTENE FUNKCIJE

OSNOVI TEORIJE SA PRIMJENAMA U ELEKTROTEHNICI

Akademska misao
Beograd 2019.

Dragan N. Filipović

UOPŠTENE FUNKCIJE
Osnovi teorije sa primjenama u
elektrotehnici

Recenzenti
Prof. dr Milojica Jaćimović, akademik CANU
Prof. dr Branimir Reljin

Izdavač
AKADEMSKA MISAO
Bulevar kralja Aleksandra 73, Beograd

Štampa
AKADEMSKA MISAO, Beograd

Tiraž 150 primjeraka

ISBN 978-86-7466-819-1

SADRŽAJ

PREDGOVOR

Krajem 20-ih godina prošlog vijeka, veliki engleski teorijski fizičar, nobelovac Pol Dirak je, radeći u oblasti kvantne mehanike (vidi njegovu klasičnu monografiju [1]), prvi put uveo, i uspješno koristio, tzv. δ funkciju, sa sledećim svojstvima

$$\delta(x) = 0, x \neq 0, \delta(0) = +\infty \tag{i}$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \delta(x)dx = 1, \tag{ii}$$

ili, opštije,

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \delta(x)f(x)dx = f(0). \tag{ii'}$$

Sa matematičke tačke gledišta, ova definicija je lišena smisla, jer su svojstva (i) i (ii), odn. (ii′) kontradiktorna. Ovo je pobudilo mnoge matematičare da počnu da tragaju za, matematički, korektnom definicijom δ funkcije, njenih izvoda i, uopšte, onog što sada nazivamo uopštenom funkcijom. Tu treba istaći Ž. Adamara, S. Bohnera i, posebno, ruskog matematičara S. L. Soboljeva, koji je u 30-im godinama uveo tzv. uopštene izvode i uspješno ih primjenjivao u teoriji parcijalnih diferencijalnih jednačina. U godinama poslije II Svjetskog rata, francuski matematičar Loran Švarc, oslanjajući se na prethodno izgrađenu teoriju lokalno konveksnih topoloških vektorskih prostora, je nizom radova uspio da sazda matematički strogu teoriju uopštenih funkcija (koje je nazvao distribucijama), i koju je izložio u svojoj poznatoj monografiji [2]. Za svoje radove u ovoj oblasti Švarc je 1954. god. dobio Fildsovu medalju, najveće matematičko priznanje. Osnovna njegova ideja je bila da se uopštena funkcija ne definiše kao obična funkcija, već kao tzv. funkcional (vidi Glavu 1). Poslije ovog, uslijedio je period intenzivnog razvoja teorije uopštenih funkcija, prvenstveno za potrebe "čiste" matematike (posebno u oblasti parcijalnih diferencijalnih jednačina) i teorijske fizike (prvenstveno kvantne mehanike). Međutim, u današnje vrijeme primjena aparata uopštenih funkcija se proširila i na druge oblasti teorijske fizike, kao i na oblast tehnike, posebno elektrotehnike (teorija elektromagnetskog polja i teorija električnih kola).

Uopštene funkcije posjeduju niz značajnih svojstava, koja znatno proširuju mogućnosti klasične matematičke analize. Tako, naprimjer, uopštena funkcija je beskonačno diferencijabilna (u uopštenom smislu), što omogućava da se izbjegnu teškoće pri diferenciranju prekidnih (običnih) funkcija, ako se one posmatraju kao uopštene. Dalje, svaka uopštena funkcija ima Laplasovu i Furijeovu transformaciju, što omogućava širu primjenu ovih transformacija, posebno Furijeove. Poznato je, naime, da mnoge, za praksu važne (obične) funkcije (konstanta, polinom, trigonometrijske funkkcije itd.) nemaju Furijeovu transformaciju. Međutim, ako ove funkcije posmatramo kao uopštene, tada Furijeova transformacija dobija za njih puni smisao.

U ovoj knjizi su izloženi matematički osnovi teorije uopštenih funkcija sa primjenama u teoriji elektromagnetskog polja i teoriji električnih kola. U Glavi 1 je definisana uopštena funkcija i dati su primjeri najčešće korišćenih uopštenih funkcija. Takođe, definisane su dvije važne operacije nad uopštenim funkcijama – diferenciranje i konvolucija. Integralne transformacije uopštenih funkcija, Laplasova i Furijeova, su razmotrene u Glavi 2, a primjena uopštenih funkcija u teoriji diferencijalnih jednačina (običnih i parcijalnih) čini sadržaj Glave 3. Konačno, u Glavama 4 i 5 dati su primjeri primjene uopštenih funkcija u teoriji elektromagnetskog polja i teoriji električnih kola.

Knjiga sadrži 70-ak zadataka; za neke od njih su data uputstva za rješevanje. Većina zadataka je u formi "dokazati ...", tako da je rezultat već sadržan u postavci, za ostale dati su rezultati na kraju odgovarajuće glave.

Formule, slike i dodaci su numerisani prema glavama, a primjeri prema paragrafima, tako da, naprimjer, formula (1.24) je formula iz Glave 1, dodatak D2.1 je dodatak na kraju Glave 2, primjer 6.3 je primjer iz §6 ....

Nekoliko riječi povodom naslova knjige. U zapadnoj literaturi uopštene funkcije se nazivaju distribucijama (kako ih je nazvao L. Švarc); ovdje je prihvaćen termin iz ruske literature, iz dva razloga. Prvo, zato što će, vjerovatno, biti prijemčiviji za čitaoca. Drugo, uopštena funkcija se može, u određenom smislu (vidi Glavu 1), shvatiti kao granična vrijednost niza običnih funkcija; takođe, svaka (obična), dovoljno regularna funkcija se može posmatrati kao uopštena.

Za čitanje ove knjige nijesu neophodna neka specijalna predznanja koja izlaze iz okvira univerzitetskog matematičkog obrazovanja. Neke činjenice iz teorije funkcija kompleksne promjenljive su izložene u dodacima na kraju pojedinih glava, a čitalac se upućuje na odgovarajuće reference u vezi diferencijalnih jednačina, matematičke analize i teorije funkcija kompleksne promjenljive.

Autor se nada da će knjiga biti od koristi studentima starijih godina matematike, fizike i elektrotehnike, kao i svima onima koji se bave teorijskim aspektima fizike i elektrotehnike.

Autor izražava srdačnu zahvalnost recenzentima knjige Milojici Jaćimoviću, redovnom profesoru PMF-a u Podgorici i redovnom članu Crnogorske akademije nauka i umjetnosti i Branimiru Reljinu, redovnom profesoru ETF-a u Beogradu. Oni su pregledali rukopis knjige i dali niz korisnih sugestija.

Izuzetnu zahvalnost autor duguje Kompaniji Čikom - informatički inženjering iz Podgorice koja je izrazila veliko razumijevanje da finansijski podrži štampanje ove knjige.

April 2019. godine

A u t o r