

MIRA PETRONIJEVIĆ

**TEORIJA 1**  
**KONSTRUKCIJA**

Beograd, 2019.

**Mira Petronijević**  
TEORIJA KONSTRUKCIJA 1

**Recenzenti**

**Prof. dr Stanko Brčić**

**Prof. dr Đorđe Vuksanović**

**Izdavači**

UNIVERZITET U BEOGRADU - GRAĐEVINSKI FAKULTET

AKADEMSKA MISAO

Bul. kralja Aleksandra 73, Beograd

**Tehnički urednik**

Željko Hrček

**Tiraž**

300 primeraka

**Štampa**

Akadska misao, Beograd

ISBN: 978-86-7466-793-4

Predgovor	9
<b>1 Uvod</b>	<b>11</b>
1.1. Veza između statike konstrukcija i projektovanja . . . . .	17
1.2. Projektno opterećenje . . . . .	19
1.3. Opterećenje mostova . . . . .	26
<b>I KLASIČNA STATIKA KONSTRUKCIJA</b>	<b>29</b>
<b>2 Linearna teorija štapa</b>	<b>31</b>
2.1. Spoljašnje sile i sile u presecima štapa . . . . .	32
2.1.1. Spoljašnje sile . . . . .	32
2.1.2. Unutrašnje sile . . . . .	34
2.1.3. Uslovi ravnoteže elementa štapa u lokalnom koordinatnom sistemu . . . . .	35
2.2. Deformacija štapa u ravni . . . . .	37
2.2.1. Deformacija ose štapa. Jednačine veze između pomeranja, obrtanja i dilatacije . . . . .	38
2.2.2. Deformacija štapa kao tela . . . . .	40
2.3. Veze između deformacijskih veličina i sila u presecima štapa, odnosno temperaturne promene . . . . .	44
2.4. Rekapitulacija jednačina linearne teorije štapa . . . . .	47
2.5. Integrali uslova ravnoteže elementa štapa. Veze između sila u preseccima, statički nezavisnih veličina i opterećenja . . . . .	50
2.6. Integrali jednačina veze pomeranja i deformacije elementa štapa. Izrazi za pomeranja i obrtanja ose štapa . . . . .	53
2.7. Deformacijski nezavisne veličine štapa . . . . .	55
2.8. Veze između statički nezavisnih i deformacijski nezavisnih veličina štapa . . . . .	57

2.9. Bazna matrica fleksibilnosti i bazna matrica krutosti štapa . . . . .	60
Test . . . . .	62
<b>3 Ravni linijski nosači . . . . .</b>	<b>63</b>
3.1. Elementi nosača . . . . .	64
3.2. Statički i deformacijski nepoznate veličine nosača . . . . .	66
3.3. Osnovne jednačine ravnih nosača . . . . .	68
3.3.1. Uslovi kompatibilnosti pomeranja čvorova nosača . . . . .	68
3.3.2. Uslovi ravnoteže nosača . . . . .	72
3.4. Klasifikacija nosača . . . . .	75
3.4.1. Kinematička klasifikacija nosača . . . . .	75
3.4.2. Statička klasifikacija nosača . . . . .	79
3.4.3. Klasifikacija sistema ploča . . . . .	81
Test . . . . .	85
Zadaci . . . . .	86
<b>4 Puni nosači . . . . .</b>	<b>87</b>
4.1. Nosači koji se sastoje od jedne kinematički krute ploče . . . . .	88
4.1.1. Nosači sa tri oslonca . . . . .	89
4.1.2. Prosta greda . . . . .	91
4.1.3. Nosači sa dva oslonca i jednim uklještenjem . . . . .	108
4.2. Nosači koji se sastoje od dve kinematički krute ploče . . . . .	109
4.2.1. Luk sa tri zgloba . . . . .	111
4.3. Luk sa zategom . . . . .	120
4.4. Luk sa imaginarnim zglobom . . . . .	124
4.5. Višespratni i prizemni okviri . . . . .	130
4.5.1. Višespratni okviri . . . . .	130
4.5.2. Prizemni okviri . . . . .	131
4.6. Lanci ploča . . . . .	135
4.6.1. Strukturna analiza nosača . . . . .	136
Test . . . . .	142
Zadaci . . . . .	143
<b>5 Rešetkasti nosači . . . . .</b>	<b>145</b>
5.1. Tipovi rešetkastih nosača . . . . .	147
5.2. Klasifikacija rešetkastih nosača . . . . .	148
5.3. Analiza rešetkastih nosača . . . . .	149
5.3.1. Metoda čvorova . . . . .	150
5.3.2. Metoda preseka . . . . .	152
5.4. Analitički izrazi za sile u štapovima rešetki . . . . .	154

5.4.1.	Rešetke sa prostom trougaonom ispunom . . . . .	154
5.4.2.	Rešetke sa ispunom koja sadrži dijagonale i vertikale . . . . .	156
Test	. . . . .	164
Zadaci	. . . . .	165
<b>6</b>	<b>Virtualni rad</b>	<b>167</b>
6.1.	Princip virtualnog rada za kruto telo . . . . .	167
6.2.	Princip virtualnog rada za deformabilno telo . . . . .	168
6.3.	Princip virtualnih sila i princip virtualnih pomeranja . . . . .	170
6.3.1.	Primena principa virtualnih sila . . . . .	171
6.3.2.	Primena principa virtualnih pomeranja . . . . .	171
6.4.	Teoreme o uzajamnosti . . . . .	172
6.4.1.	Teorema o uzajamnosti radova (Bettijeva teorema) . . . . .	172
6.4.2.	Teorema o uzajamnosti pomeranja (Maxwellova teorema) . . .	173
6.4.3.	Teorema o uzajamnosti reakcija (I Rayleighjeva teorema) . . .	175
6.4.4.	Teorema o uzajamnosti reakcija i pomeranja (II Rayleighjeva teorema) . . . . .	176
Test	. . . . .	178
<b>7</b>	<b>Pomeranja</b>	<b>179</b>
7.1.	Određivanje jednog generalisanog pomeranja . . . . .	179
7.1.1.	Određivanje pomeranja iz diferencijalne jednačine štapa . . .	180
7.1.2.	Određivanje pomeranja iz uslova kompatibilnosti . . . . .	181
7.2.	Određivanje pomeranja punih nosača primenom principa virtualnih sila . . . . .	183
7.2.1.	Generalisana pomeranja i generalisane sile . . . . .	184
7.2.2.	Sračunavanje vrednosti integrala u izrazu za pomeranja . . . .	186
7.3.	Uticaj transverzalnih sila na deformaciju nosača . . . . .	194
7.4.	Uticaj temperaturne razlike na deformaciju nosača . . . . .	196
7.5.	Određivanje pomeranja rešetkastih nosača primenom principa virtualnih sila . . . . .	201
7.6.	Određivanje dijagrama pomeranja punih nosača . . . . .	206
7.6.1.	Mohr-Maxwellova analogija štapa . . . . .	206
7.6.2.	Mohr-Maxwellova analogija nosača . . . . .	210
7.7.	Određivanje dijagrama pomeranja rešetkastih nosača . . . . .	222
Test	. . . . .	231
Zadaci	. . . . .	232
<b>8</b>	<b>Statički neodređeni nosači</b>	<b>237</b>
8.1.	Metoda sila . . . . .	240

8.1.1.	Izbor statički nepoznatih veličina . . . . .	243
8.1.2.	Izbor osnovnog sistema . . . . .	244
8.1.3.	Uslovne jednačine za određivanje statički nepoznatih veličina . . . . .	245
8.1.4.	Formiranje uslovnih jednačina i određivanje statički nepoznatih . . . . .	251
8.1.5.	Određivanje sila u preseccima . . . . .	253
8.1.6.	Uslovne jednačine za rešetkaste nosače . . . . .	262
8.2.	Određivanje pomeranja statički neodređenih nosača . . . . .	267
8.2.1.	Određivanje pomeranja primenom principa virtualnih sila . . . . .	267
8.2.2.	Određivanje dijagrama pomeranja . . . . .	273
Test	. . . . .	286
Zadaci	. . . . .	287
8.3.	Kontinualni nosači . . . . .	289
Test	. . . . .	300
Zadaci	. . . . .	301
<b>9</b>	<b>Simetrični nosači</b> . . . . .	<b>303</b>
9.1.	Simetrični nosači simetrično opterećeni . . . . .	304
9.1.1.	Veze između sila i pomeranja u simetrično položenim preseccima . . . . .	304
9.1.2.	Granični uslovi u osi simetrije . . . . .	305
9.2.	Simetrični nosači antisimetrično opterećeni . . . . .	307
9.2.1.	Veze između sila i pomeranja u simetrično položenim preseccima . . . . .	307
9.2.2.	Granični uslovi u osi simetrije . . . . .	309
9.3.	Opterećenje u osi simetrije . . . . .	310
Test	. . . . .	324
Zadaci	. . . . .	325
<b>II</b>	<b>MATRIČNA ANALIZA KONSTRUKCIJA</b> . . . . .	<b>327</b>
<b>10</b>	<b>Matrična analiza konstrukcija</b> . . . . .	<b>329</b>
10.1.	Koncept matrične analize . . . . .	331
10.1.1.	Idealizacija nosača i stepeni slobode pomeranja . . . . .	331
10.1.2.	Analiza štapa. Osnovna jednačina štapa . . . . .	333
10.1.3.	Analiza nosača. Uslovne jednačine nosača . . . . .	336
10.2.	Analiza štapa . . . . .	338
10.2.1.	Prost štap . . . . .	339
10.2.2.	Štap tipa <b>k</b> . . . . .	347
10.2.3.	Štap tipa <b>g</b> . . . . .	357

10.3. Analiza nosača . . . . .	365
10.3.1. Formiranja uslovnih jednačina za određivanje pomeranja nosača . . . . .	365
10.3.2. Formiranja matrice krutosti sistema postupkom kodnih brojeva . . . . .	368
10.3.3. Formiranje vektora ekvivalentnog čvornog opterećenja sistema postupkom kodnih brojeva . . . . .	372
10.3.4. Određivanje nepoznatih pomeranja čvorova . . . . .	373
10.3.5. Određivanje vektora sila na krajevima štapa . . . . .	375
10.3.6. Algoritam proračuna . . . . .	375
10.4. Rešetkasti nosači . . . . .	376
10.4.1. Algoritam proračuna za rešetkaste nosače . . . . .	378
Test . . . . .	383
Zadaci . . . . .	383
10.5. Puni nosači . . . . .	385
10.6. Simetrični nosači . . . . .	398
10.6.1. Matica krutosti i vektor ekvivalentnog opterećenja štapa tipa $\mathbf{s}$ . . . . .	398
10.7. Ortogonalni nosači . . . . .	406
10.8. Kontinualni nosači . . . . .	412
10.9. Nosači sa zidnim platnom . . . . .	414
Test . . . . .	425
Zadaci . . . . .	427

**Dodatak: Vektor ekvivalentnog opterećenja** **431**

Literatura **435**





## Predgovor

---

Teorija konstrukcija 1 je udžbenik namenjen studentima III godine odseka Menadžment, tehnologija i informatika u građevinarstvu, studijskog programa Građevinarstvo, Građevinskog fakulteta Univerziteta u Beogradu. Ona se bavi Statikom ravnih linijskih nosača, tj. određivanjem reakcija i sila u presecima i proračunom pomeranja i deformacija ravnih linijskih nosača primenom principa klasične mehanike i teorije elastičnosti.

Tekst knjige je podeljen u 2 dela, koja sadrže ukupno 10 poglavlja, Dodatak i Literaturu. Prvi deo čini tzv. Klasična statika konstrukcija, dok je drugi deo posvećen Matričnoj analizi konstrukcija.

U Uvodu je dat pregled naučne oblasti teorija konstrukcija sa posebnim osvrtom na statiku konstrukcija, kao posebnu disciplinu. Prikazani su tipovi nosača koji se koriste u građevinarstvu, a zatim je objašnjena veza koja postoji između statike konstrukcija i projektovanja.

U prvom delu knjige, koji obuhvata poglavlja 2-9, izložene su metode Klasične statike konstrukcija koje se koriste u analizi statički određenih i statički neodređenih nosača. Poglavlje 2, Linearna teorija štapa, bavi se analizom štapa u ravni. U njemu su date osnovne pretpostavke linearne teorije štapa, definisane nepoznate veličine i izvedene osnovne jednačine štapa. U Poglavlju 3, Ravni linijski nosači, prikazane su osnovne statički i deformacijski nepoznate veličine nosača i jednačine iz kojih se one mogu odrediti. Zatim su izvedeni kriterijumi za statičku i kinematičku klasifikaciju nosača. Metode analize određenih tipova statički određenih punih i rešetkastih nosača su prikazane u poglavljima 4 i 5. Princip virtualnih sila, princip virtualnih pomeranja i teoreme o uzajamnosti izloženi su u Poglavlju 6, Virtualni rad. U Poglavlju 7, Pomeranja, izložene su metode za određivanje pomeranja i dijagrama pomeranja statički određenih, punih i rešetkastih nosača. Poglavlje 8, Statički neodređeni nosači, bavi se određivanjem sila i pomeranja statički neodređenih nosača u ravni primenom Metode sila. Postupak analize simetričnih nosača prikazan je u Poglavlju 9, Simetrični nosači.

U drugom delu knjige, Poglavlje 10, izložene su osnove Matrične analize konstrukcija. Matrična analiza konstrukcija se zasniva na linearno-elastičnoj analizi

štapa, kao osnovnog elementa nosača. U okviru analize štapa definisane su veze između sila i pomeranja krajeva štapa u lokalnom i globalnom koordinatnom sistemu. Objasnjen je pojam krutosti i fleksibilnosti, a zatim su izvedene matrice krutosti, matrice transformacije i vektori ekvivalentnog opterećenja za štapove konstantnog poprečnog preseka. U okviru analize nosača izvedene su uslovne jednačine za određivanje nepoznatih pomeranja čvorova i objasnjen je postupak određivanja sila u presecima. Posebno su analizirani ravni nosači koji se javljaju u zgradarstvu: ortogonalni nosači, nosači sa zidnim platnom i simetrični nosači.

U okviru svakog od navedenih poglavlja posle teorijskih postavki urađeni su odgovarajući zadaci. Na kraju svakog poglavlja dati su Testovi i Zadaci pomoću kojih studenti mogu da provere svoje znanje iz teorijskog dela, a zatim da ga primene u rešavanju zadatih problema.

Kompjuterska revolucija koja se desila u poslednjih 20-ak godina dovela je i do revolucije u projektovanju građevinskih konstrukcija. Danas postoji veliki broj komercijalnih programa za analizu linijskih nosača koji se zasnivaju na Matričnoj analizi konstrukcija, odnosno na Metodi konačnih elemenata. Zbog toga je poznavanje elemenata Matrične analize neophodno. Međutim, mora se istaći da korišćenje savremenih kompjuterskih programa bez poznavanja Klasične statike konstrukcija nema smisla.

Ova knjiga je rezultat desetogodišnjeg rada u nastavi na predmetu Teorija konstrukcija 1 na Građevinskom fakultetu Univerziteta u Beogradu. Želim da istaknem značaj profesora: akademika dr Milana Đurića, dr Dragoljuba Nikolića, dr Dimitrija Dimitrijevića i dr Miodraga Sekulovića, koji su postavili temelje Klasičnoj i Matričnoj analizi konstrukcija na Građevinskom fakultetu Univerziteta u Beogradu i na taj način dali pečat i ovoj knjizi.

Autor se zahvaljuje recenzentima prof. dr. Stanku Brčiću i prof. dr. Đorđu Vukšanoviću na trudu i korisnim sugestijama.

Na kraju želim da izrazim posebnu zahvalnost asistentima Marku Radišiću, Nevenki Kolarević i Miroslavu Marjanoviću koji su doprineli, svako na svoj način, da knjiga dobije željeni oblik.

*Beograd, maj 2013.*

*Autor*

## **PREDGOVOR UZ DRUGO IZDANJE**

Drugo izdanje knjige je pretrpelo neznatne izmene u odnosu na prvo izdanje, i to u poglavlju Linearna teorija štapa.

Autor se zahvaljuje svima koji su svojim primedbama učinili da se otklone greške koje su postojale u prethodnom izdanju i koji su na taj način doprineli da knjiga dobije na kvalitetu.

*Beograd, 16.09.2018.*

*Autor*

# 1

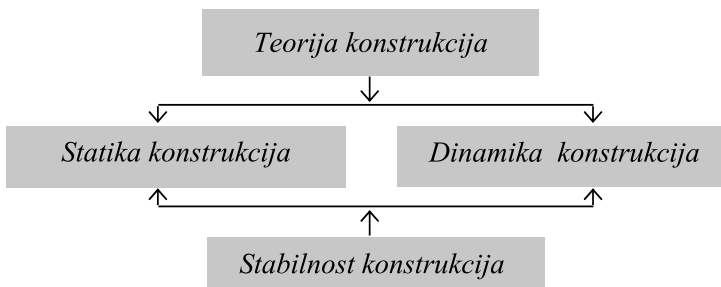
## Uvod

---

Teorija konstrukcija je naučna disciplina koja se bavi analizom napona i deformacija, i ispitivanjem stabilnosti nosača usled različitih dejstava, koristeći zakone Mehanike krutog i deformabilnog tela.

Dejstva na konstrukcije mogu biti statičkog i dinamičkog karaktera. Statičko dejstvo, tj. statičko opterećenje je ono koje ne menja svoj intenzitet i položaj sa vremenom. Dinamičko opterećenje je ono opterećenje koje menja intenzitet i položaj sa vremenom.

U zavisnosti od vrste analize razlikujemo Statiku konstrukcija, Dinamiku konstrukcija i Stabilnost konstrukcija. Statika konstrukcija je deo Teorije konstrukcija koji se bavi analizom uticaja od statičkog opterećenja; Dinamika konstrukcija se bavi analizom uticaja od dinamičkog opterećenja, dok se specijalnim problemima stabilnosti konstrukcija pri statičkom i dinamičkom opterećenju bavi Stabilnost konstrukcija.



Slika 1.1 Oblasti Teorije konstrukcija

U zavisnosti od načina ponašanja materijala postoji Statika, Dinamika tj. Stabilnost elastičnih, elasto-plastičnih, plastičnih, viskoznih i visko-elastičnih i visko-plastičnih materijala.

Prema geometriji sve nosače možemo svrstati u dve velike grupe: linijske i površinske nosače. Površinski nosači su oni kod kojih su dve dimenzije znatno više izražene u odnosu na treću. Oni obuhvataju dve velike grupe nosača: ploče i ljuske.

Ploča je telo ograničeno sa dve paralelne ravni i površima upravnim na njih. Rastojanje paralelnih ravni, koje predstavlja debljinu ploče  $h$  je malo u odnosu na druge dve dimenzije ploče.

Ljuska je telo ograničeno sa dve zakrivljene površi na rastojanju  $h$  koje je znatno manje od drugih dimenzija tih površi. Na slikama 1.2 i 1.3 su prikazani primeri konstrukcija čiji su noseći elementi ljuske: krov olimpijskog stadiona u Montrealu i kupola Svetog Petra u Rimu, koje predstavljaju jedne od najlepših primeraka izvedenih ljuski u svetu [8].



Slika 1.2 Olimpijski stadion u Montrealu



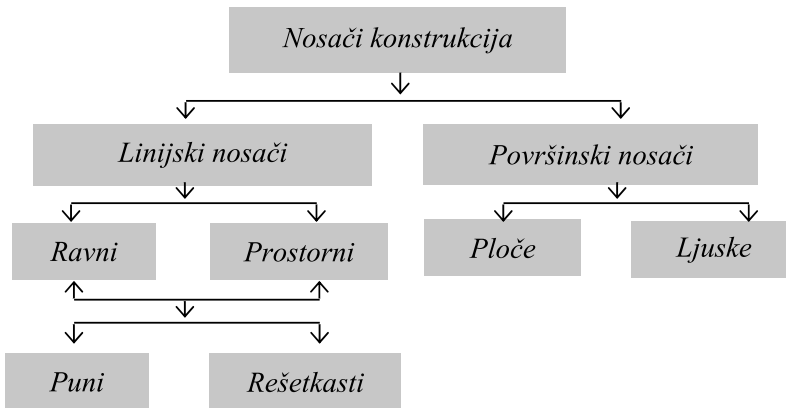
Slika 1.3 Kupola crkve Svetog Petra u Rimu

Linijski nosači su nosači čiji je osnovni element štap. Štap je element nosača kod koga je jedna dimenzija znatno više izražena u odnosu na druge dve. U zavisnosti od položaja štapova u prostoru linijske nosače delimo na *ravne* i *prostorne*. Ravni nosači su oni kod kojih ose svih štapova zajedno sa jednom od glavnih centralnih osa inercije poprečnih preseka leže u jednoj ravni, pri čemu i opterećenje leži u toj ravni. Ako to nije slučaj, nosač spada u grupu prostornih nosača [5].

Prema načinu na koji su štapovi međusobno vezani linijske nosače delimo na *rešetkaste* i *pune*. Rešetkasti nosači su oni nosači kod kojih su svi štapovi zglavkasto vezani. Puni nosači su oni nosači kod kojih postoji bar jedna kruta veza između štapova.

Na slici 1.5 prikazan je most Astorija na reci Kolumbija, Država Oregon, SAD. Most predstavlja metalnu rešetkastu konstrukciju neobične geometrije i izgleda.

Na slikama 1.6 i 1.7 prikazani su puni linijski nosači. Most "Beška" na Dunavu



Slika 1.4 Podela nosača prema geometriji



Slika 1.5 Most Astoria na ušću reke Columbija, Oregon, USA

(autoput Beograd – Novi Sad), prikazan na slici 1.6, predstavlja armirano-betonski kontinualni ramovski nosač dužine oko 2 km. Most preko autoputa u Engleskoj, prikazan u prvom planu na slici 1.7, je puni armirano-betonski nosač. U statičkom smislu on predstavlja luk sa tri zgloba. Iz njega se nalazi mostovski nosač tipa obostrano ukleštene grede.

Prema tome da li se reakcije i sile u presecima mogu odrediti iz uslova ravnoteže linijske nosače delimo na *statički određene* i *statički neodređene*. Statički određeni nosači su oni kod kojih se reakcije i sile u presecima mogu odrediti iz uslova ravnoteže nosača. Ako je broj nepoznatih reakcija veći od broja uslova ravnoteže nosač je statički neodređen. Kod takvih nosača, za određivanje reakcija i sila u presecima pored uslova ravnoteže potrebno je koristiti i dodatne uslove.



Slika 1.6 Most "Beška" na Dunavu

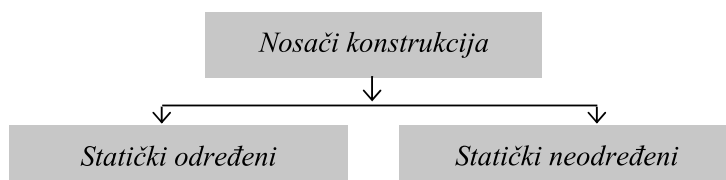


Slika 1.7 Most preko autoputa, Engleska

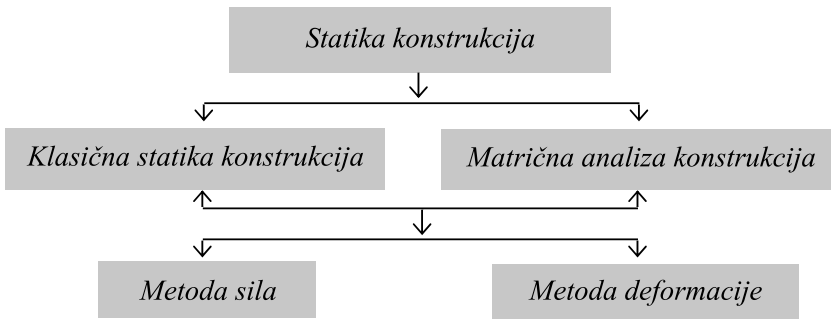
Sve metode za rešavanje statički neodređenih linijskih nosača možemo svrstati u dve velike grupe: *Klasičnu statiku konstrukcija* i *Matričnu analizu konstrukcija*.

U klasičnoj statiki konstrukcija nosač se posmatra kao jedinstvena celina. Kada je nosač statički određen reakcije veza se dobijaju iz uslova ravnoteže nosača. Kada je nosač statički neodređen definišu se nepoznate veličine nosača i formiraju jednačine za njihovo određivanje. Ako se za nepoznate veličine statički neodređenih nosača izaberu sile (reakcije ili sile u preseccima), onda se metoda za rešavanje statički neodređenih nosača naziva *metoda sile*. Ako se za nepoznate veličine izaberu deformacijske veličine (pomeranja i obrtanja čvorova nosača), onda je reč o *metodi deformacije*.

U matričnoj analizi pristup je drugačiji. Polazi se od štapa, kao osnovnog elementa nosača i analizom štapa definišu veze između sila i pomeranja na krajevima



Slika 1.8 Statička klasifikacija nosača



Slika 1.9 Metode statike konstrukcija

štapa. Potom se vrši analiza nosača, koji se posmatra kao sistem međusobno povezanih štapova, usvajaju se nepoznate veličine nosača i ispisuju uslovne jednačine za njihovo određivanje. Ako se za nepoznate veličine izaberu sile na krajevima štapova i onda je to metoda sila. Ako se za nepoznate veličine izaberu pomeranja i obrtanja čvorova reč je o metodi deformacije. Vremenom se pokazalo da je metoda deformacije pogodnija za primenu od metode sila, tako da se ona danas uglavnom koristi u Matričnoj analizi konstrukcija.

Algoritam za određivanje pomeranja čvorova i sila u štapovima nosača pogodan je za programiranje, što je dovelo do velike primene matrične analize u savremenom građevinskom konstrukterstvu. U zavisnosti od broja čvorova, tj. štapova nosača, broj nepoznatih u matričnoj analizi može biti veoma veliki, daleko veći od broja nepoznatih u Klasičnoj statiki konstrukcija. Uslovne jednačine iz kojih određujemo nepoznate predstavljaju sistem linearnih algebarskih jednačina koje smo u mogućnosti lako da rešimo zahvaljujući primeni računara, bez obzira na broj nepoznatih. Danas postoji niz komercijalnih programa zasnovanih na matričnoj analizi. Oni su se razvili iz programa STRESS (Structural Analysis Sistem Solver, MIT Harvard), koji predstavlja pra-majku svih narednih programa za analizu linijskih nosača. Kod nas se sa velikim uspehom koristi RADIMPEX-ov program TOWER za statičku i dinamičku analizu objekata u zgradarstvu. Program TOWER ima odličan grafički unos i obradu, tj. grafički prikaz rezultata. On se uglavnom koristi u nastavi na Građevinskom fakultetu Univerziteta u Beogradu.

Na slikama 1.10 i 1.11 prikazani su prvi oblakoder izgrađen u Čikagu i najviša zgrada na svetu Burj Khalifa u Dubajiu, visoka 829.8 m. Jasno je da je Burj Khalifa mogla biti sračunata samo primenom savremenih kompjuterskih programa. Na slici 1.12 prikazane su u razmeri najviše građevine na svetu [8].

Iako se savremeno građevinsko konstrukterstvo ne može zamisliti bez primene računara, jasno je da ono zahteva poznavanje Klasične statike konstrukcija. Stoga se u okviru predmeta Teorija konstrukcija 1 izlaže Klasična statika ravnih linijskih nosača koja obuhvata: određivanje reakcija i sila u presecima usled dejstva stalnog

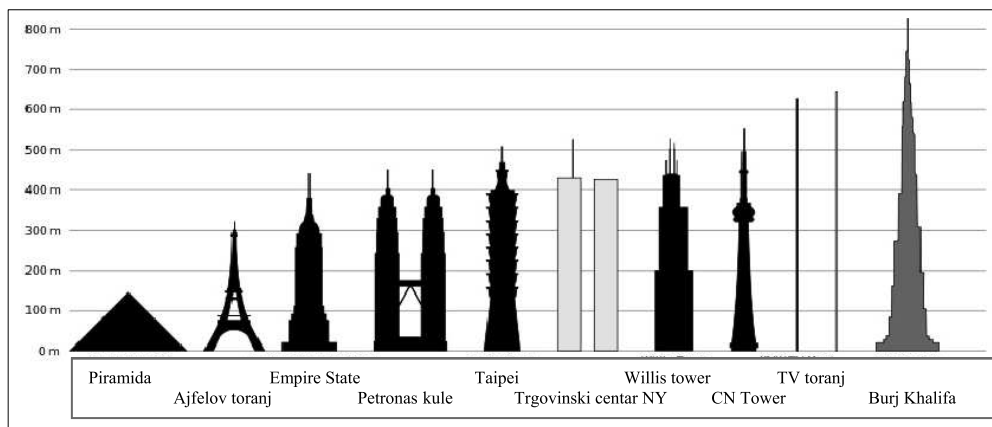


Slika 1.10 Zgrada osiguravajućeg društva, Čikago, SAD



Slika 1.11 Burj Khalifa, Dubaji, Ujedinjeni Arapski Emirati

opterećenja i proračun pomeranja i deformacija statički određenih i statički neodređenih nosača. Na kraju kursa daju se teorijske osnove Matrične analize konstrukcija i studenti se upoznaju sa proračunom ravnih linijskih nosača primenom kompjuterskog programa TOWER.



Slika 1.12 Najviše građevine na svetu

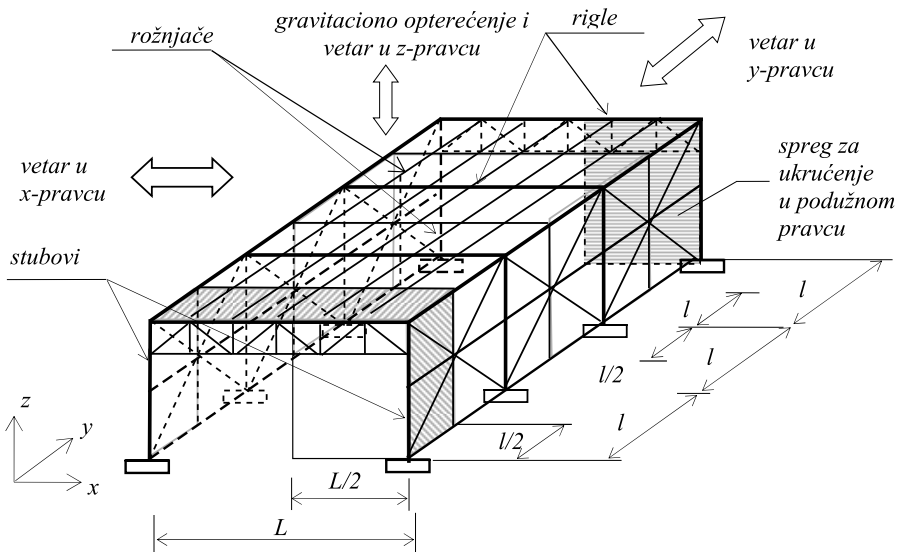


## 1.1. VEZA IZMEĐU STATIKE KONSTRUKCIJA I PROJEKTOVANJA

Osnovni zadatak Statike konstrukcija je određivanje sila u presecima i pomeranja tačaka nosača usled zadatih uticaja. Iako se Statika konstrukcija izlaže odvojeno od projektovanja konstrukcija, jasno je da ona predstavlja osnov projektovanja, kako armirano-betonskih, tako i metalnih, odnosno, drvenih konstrukcija. Na predmetu Teorija konstrukcija 1 studenti treba da steknu znanja o osnovnim konstruktivnim sistemima i metodama za određivanje sila u presecima i deformacije nosača, koje će im omogućiti da razumeju ponašanja konstrukcija usled dejstva različitih uticaja.

Pre nego što se pristupi izlaganju materije iz Teorije konstrukcija 1, nužno je ukazati na vezu koja postoji između realne konstrukcije i modela kojim se ona idealizuje u statičkom proračunu. Naime, na osnovu realne konstrukcije formira se matematički model, iz koga se na osnovu zadatih uticaja određuju sile u presecima i dimenzionišu konstruktivni elementi, a zatim proverava stanje deformacije nosača. U matematičkom modelu nosač se predstavlja sistemnom linijom, koja se kod većine modela poklapa sa težišnom linijom pojedinih elemenata, odnosno, štapova nosača. Svaki od štapova nosača, pored položaja u sistemu, definisan je i karakteristikama poprečnog preseka: površinom i momentom inercije preseka, kao i karakteristikama materijala: modulom elastičnosti i Poisson-ovim brojem.

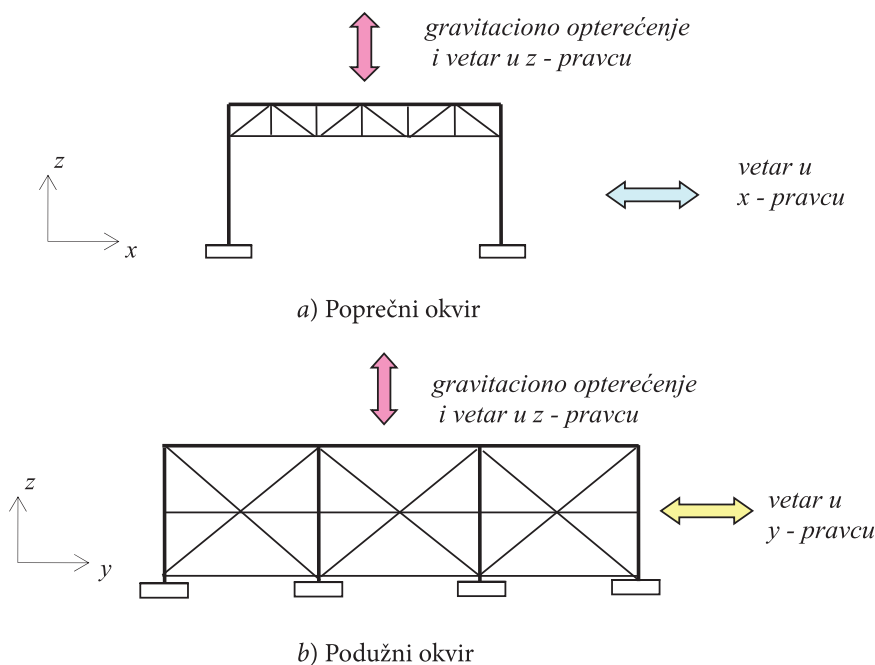
Na slici 1.13 prikazana je sistemna linija lake, montažne čelične hale. Sistemna linija je linija koja se poklapa sa osama svih štapova. Hala je pored gravitacionog opterećenja (sopstvena težina, koristan teret, sneg) izložena i dejstvu vetra u podužnom i poprečnom pravcu.



Slika 1.13

Konstrukcija hale se sastoji od poprečnih i podužnih okvira (ramova), koji leže u  $xOz$ - odnosno  $yOz$ -ravni. Okviri su međusobno povezanim spregovima za ukrućenje i rožnjačama u podužnom pravcu. Dodatna stabilnost je obezbeđena spregovima za ukrućenje u poprečnom pravcu, koji leže u ravni kalkanskih zidova. Svi oni zajedno formiraju jedan prostorni, trodimenzionalni (3D) sistem štapova, koji je sposoban da primi gravitaciono opterećenje i opterećenje vetrom u podužnom i poprečnom pravcu. Analiza nosača kao prostornog sistema moguća jedino primenom računara, zbog velikog broja elemenata nosača. Umesto 3D analize moguće je sprovesti niz dvodimenzionalnih (2D) analiza okvira u koji leže u ortogonalnim ravnima i opterećeni su pripadajućim opterećenjem, slika 1.14.

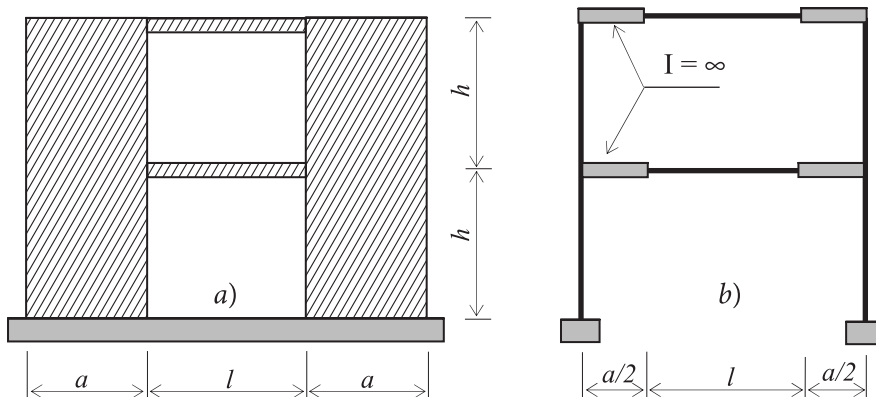
Uticaje u poprečnom unutrašnjem ramu, koji je prikazan na slici 1.14a, možemo odrediti 2D analizom tog rama opterećenog pripadajućim opterećenjem koje deluje na krov i bočne strane nosača na dužini koja je jednaka zbiru polovine raspona ( $l/2 + l/2$ ) levo i desno od posmatranog rama (osenačena površina na slici 1.13).



Slika 1.14

Spoljašnji ramovi u kalkanskim zidovima izloženi su delovanju opterećenja koje pada na polovinu dužine raspona prvog tj. poslednjeg podužnog polja ( $l/2$ ), posmatrano sa obe strane nosača (sl. 1.13). Podužni ramovi (sl. 1.14b) opterećeni su vetrom koji deluje u podužnom pravcu na jednoj polovini poprečnog raspona ( $L/2$ ) i delom gravitacionog opterećenja i vetra u vertikalnom pravcu koji deluju na deo krova od podužnog nosača do prve rožnjače (sl. 1.13).

Na slici 1.15a prikazan je glavni nosač armirano-betonske jednospratne zgrade. Nosač čine dva zidna platna i dve poprečne grede. Širina  $a$  zidnih platana je velika u odnosu na njihovu dužinu  $h$ , tako da se u statičkom proračunu ne može zanemariti. U sistemnoj liniji nosača, koja je prikazana na slici 1.15b, grede su predstavljene elementima sa beskonačno krutim krajevima. Dužine tih krajeva su jednake  $a/2$ , tj. polovini širine zidnog platna.



Slika 1.15

Prikazanim postupkom razdvajanja konstrukcije na okvire koji leže u ortogonalnim ravnima moguće je sa velikom tačnošću odrediti uticaje u pojedinim elementima nosača bez primene računara, korišćenjem metoda Klasične statike konstrukcija. U narednom tekstu studenti će se upoznati sa metodama analize nosača u ravni.

## 1.2. PROJEKTNO OPTEREĆENJE

Konstrukcije u građevinarstvu su izložene različitim uticajima. Pored opterećenja, one trpe uticaj temperature i različitog sleganja oslonaca, kao i početne deformacije nosača.

Projektna opterećenja su definisana Pravilnicima i Standardima, od kojih ističemo:

- Pravilnik o tehničkim normativima za opterećenje nosećih građevinskih konstrukcija (Sl. list SFRJ 26/88),
- Pravilnik o tehničkim normativima za opterećenje mostova (Sl. list SFRJ 1/91),
- Privremeni tehnički propisi za opterećenje zgrada (Sl. list SFRJ 61/48),
- Pravilnik o privremenim tehničkim propisima za građenje u seizmičkim područjima (Sl. list SFRJ 39/44),

- Pravilnik o tehničkim normativima za izgradnju objekata visokogradnje u seizmičkim područjima (Sl. list SFRJ 31/81, 49/82, 29/83, 21/88, 52/90),
- Pravilnik o tehničkim normativima za projektovanje i proračun inženjerskih objekata u seizmičkim područjima – nacrt (1986),
- Osnove proračuna građevinskih konstrukcija. Opterećenje vetrom. Opterećenje vetrom zgrada (JUS.U.C7. 112/1991.),
- Osnove proračuna građevinskih konstrukcija. Opterećenje vetrom. Opterećenje vetrom ostalih građevinskih konstrukcija, osim zgrada (JUS.U.C7. 113/1991.)

Propisi razlikuju stalno, promenljivo i udesno opterećenje:

- **Stalno opterećenje**
  - Sopstvena težina
  - Težina nenosivih delova konstrukcije
  - Pritisak tla
  - Pritisak vode
  - Skupljanje i tečenje betona
  - Sile prednaprezanja
  - Slegane oslonaca
  - Deformacije usled načina izvođenja
- **Promenljivo opterećenje**
  - Korisno opterećenje
  - Opterećenje za vreme građenja
  - Opterećenje vetrom
  - Opterećenje snegom
  - Opterećenje ledom
  - Promena temperature
  - Udarci vodenih talasa
- **Udesno opterećenje**
  - Eksplozije
  - Sleganje temeljnog tla
  - Vetar izuzetne jačine
  - Zemljotres
  - Požar

Stalno opterećenje je opterećenje konstantnog intenziteta i položaja koje potiče od težine nosećih i nenosećih elemenata konstrukcije: težine greda i stubova, tavanica, zidova, prozora, stepeništa, liftova i sl. Na početku analize se vrši procena težine konstruktivnih elemenata, čije dimenzije još nisu definitivno utvrđene. Po određivanju uticaja i dimenzionisanju elemenata sistema vrši se korekcija težine elemenata,