

Слободан Милојковић

**ТЕОРИЈА  
ЕЛЕКТРИЧНИХ КОЛА**

**- Збирка решених задатака -**

АКАДЕМСКА МИСАО  
Београд, 2019.

Др Слободан Милојковић, професор емеритус  
*Универзитет у Источном Сарајеву, Електротехнички факултет*

**ТЕОРИЈА ЕЛЕКТРИЧНИХ КОЛА**  
**– Збирка решених задатака –**

Рецензенти

Др Божидар Крстајић  
*Универзитет у Источном Сарајеву, Електротехнички факултет*

Др Томислав Шекара  
*Универзитет у Београду, Електротехнички факултет*

Издавач:  
Академска мисао, Београд

Штампа:  
Академска мисао, Београд

Тираж: 150 примерака

ИСБН 978-86-7466-763-7

*Посвећено  
Горану Милојковићу, дипл.ел.инж.  
моме рано преминулом сину.  
Све је пролазно,  
само је туга и бол за  
изгубљеним дететом непролазна.*



## ПРЕДГОВОР

Књига **Теорија електричних кола – збирка решених задатака** намењена је студентима Електротехничких факултета као пратећа литература, целина уз књигу Теорија електричних кола од истог аутора, четири издања 1985., 1987., 1989., 1991. г. – Свјетлост Сарајево, и може се сматрати као други, потпуно нови део књиге која је под истим именом издата 1991. године. Са овом књигом аутор заокружује свој успешан научноистраживачки рад и педагошки рад у области Теорије електричних кола, март 1964. – март 2018. године, 54 године.

Књига садржи пажљиво изабране задатке из испитних задатака и задатака који се дају за парцијалну проверу знања, као и задатака које је аутор дуги низ година припремао за такмичење студената из области Теорија електричних кола која се одржавају током сусрета студената електротехнике – ЕЛЕКТРИЈАДА.

За избор редоследа задатака и начина њиховог решавања аутор је користио своје велико искуство стечено током држања вежби и предавања и праћења и оцењивања стечених знања студената. Почетни задаци у сваком поглављу се решавају на начин да се укаже шта је циљ изучавања у појединој области, које су теоретске подлоге потребне и како се методолошки приступа решавању постављеног задатка. Ови задаци су решени са много нумеричких детаља и указује се читаоцу на места на којима се уобичајено чине грешке или показује неразумевање области која се проучава. Даље се дају задаци са мање нумеричких детаља у решавању, али се у овом задацима може видети и примена постављеног задатка у практичним примерима. На крају долазе задаци који показују да постоји широк спектар приступа решавању задатака, али да је за то потребно и широко знање из области Теоретске електротехнике, Математике и Физике. У том смислу ова књига може бити интересантна и за шири круг читалаца, а не само за студенте који се први пут срећу са проблемима из области Теорије електричних кола.

У дугом периоду рада прошло је много генерација студената са којима је аутор радио и сарађивао, али поштовање и сећање на своје студенте је стално присутно. Тешко је то исказати, можда се може видети из доле наведених туђих изрека које су блиске аутору.

Професори су ти који себе користе као мостове, позивајући студенте да пређу преко њих, затим, помажући им прећи, радосно онемоћају, храбрећи их да сами изграде такве мостове.

Најсрећнији су професори који иза себе оставе боље, са више знања и успешније него што је он сам.

Садржаје из ове књиге са великим успехом су преносили студентима и моји дугогодишњи сарадници Мр Бера Босиљка Кесер, Мр Дарко Шука и Марко Икић, мастер електротехнике. Захваљујем им се на одличној сарадњи, дискусијама, корисним предлозима и сугестијама везаним за реализацију наставних садржаја и мерама за бољу пролазност студената на испитима и проверама знања.

Посебну захвалност изражавам и рецензентима ове књиге, уваженим професорима др Божидару Крстајићу и др Томиславу Шекари на корисним примедбама и сугестијама.

Надам се да ће ова књига наићи на добар пријем код студената и ширег круга читалаца- Очекујем да ће бити примедби и сугестија да се садржај књиге измени и побољша, што ћу са задовољством прихватити.



С А Д Р Ж А Ј	Страна
1. ЕЛЕМЕНТИ ЕЛЕКТРИЧНИХ КОЛА.....	7
Задаци за самосталан рад .....	45
2. ЕЛЕКТРИЧНА КОЛА СА СЛОЖЕНОПЕРИОДИЧНИМ ИЗВОРИМА ЕНЕРГИЈЕ .....	51
Задаци за самосталан рад .....	93
3. ЧЕТВЕРОПОЛИ – ЕЛЕМЕНТИ СА ДВА ПРИСТУПА .....	99
Задаци за самосталан рад .....	135
4. РЕАКТИВНИ ФИЛТРИ .....	139
Задаци за самосталан рад .....	169
5. ЕЛЕКТРИЧНА КОЛА СА РАСПОДЕЉЕНИМ ПАРАМЕТРИМА – ВОДОВИ.....	173
Задаци за самосталан рад .....	219
6. АНАЛИЗА ПРЕЛАЗНИХ ПРОЦЕСА У ЕЛЕКТРИЧНИМ КОЛИМА У ВРЕМЕНСКОМ ДОМЕНУ .....	229
6.1 Класична метода .....	229
6.2 Анализа у простору стања.....	258
Задаци за самосталан рад .....	273
7. ИНТЕГРАЛНЕ ТРАНСФОРМАЦИЈЕ ЗА АНАЛИЗУ ПРЕЛАЗНИХ ПРОЦЕСА У ЕЛЕКТРИЧНИМ КОЛИМА .....	277
7.1 Директна примена Лапласове трансформације.....	277
Задаци за самосталан рад .....	287
7.2 Метода еквивалентне мреже у $s$ -домену.....	289
Задаци за самосталан рад .....	303
7.3 Метода еквивалентног генератора – примена Тевененове и Нортонове теореме .....	305
Задаци за самосталан рад .....	323
7.4 Примена суперпозиционих интеграла за анализу прелазних процеса .....	325
Задаци за самосталан рад .....	339
ТАБЕЛА ЛАПЛАСОВИХ ТРАНСФОРМАЦИЈА .....	341
ЛИТЕРАТУРА.....	345





## 1. ЕЛЕМЕНТИ ЕЛЕКТРИЧНИХ КОЛА

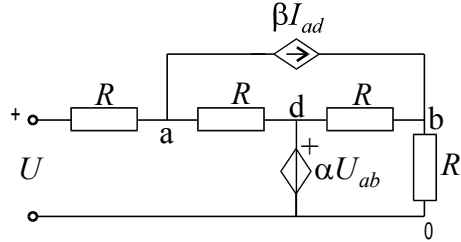
### Задатак 1-1.

За електрично коло приказано на слици 1-1 познато је:

$$U = 8.5 \text{ V}, R = 2 \Omega, \alpha = 4, \beta = 4.$$

Израчунати напон празног хода на излазу,  $U_{b0}$ .

Ако се потрошач  $R_p = R$  веже на излаз, приступ  $b-0$ , применом Тевененове теореме израчунати интензитет струје кроз потрошач.



Слика 1-1

### Решење:

Користићемо се ознакама са еквивалентне шеме приказане на слици 1-1а.

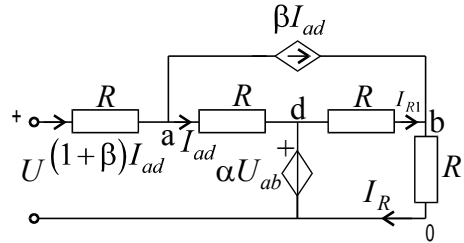
$$U = (1 + \beta)RI_{ad} + RI_{ad} + \alpha(RI_{ad} + RI_{R1}),$$

$$U = (1 + \beta)RI_{ad} + RI_{ad} + RI_{R1} + RI_R,$$

$$I_{R1} = I_R - \beta I_{ad}.$$

Решавањем овог система од три једначине са три непознате, добијамо:

$$U_{b0} = RI_R = \frac{\alpha(\beta - 1) - \beta}{2\beta(\alpha - 1) - 4} U = 3.4 \text{ V}$$



Слика 1-1а

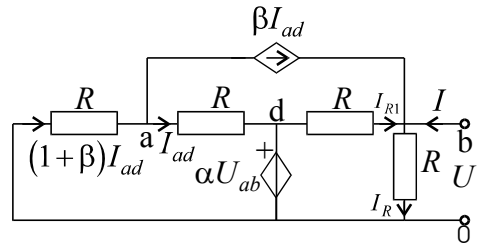
Користићемо се ознакама са еквивалентне шеме приказане на слици 1-1б.

$$0 = (1 + \beta)RI_{ad} + RI_{ad} + \alpha(RI_{ad} + RI_{R1}),$$

$$0 = (1 + \beta)RI_{ad} + RI_{ad} + RI_{R1} + RI_R,$$

$$I_{R1} = I_R - \beta I_{ad} - I, \quad U = RI_R.$$

Решавањем овог система од четири једначине са четири непознате, добијамо:



Слика 1-1б

$$U = \frac{\alpha\beta + \alpha - \beta - 2}{2\alpha\beta - 2\beta - 4} RI, \quad R_T = \frac{U}{I} = \frac{\alpha\beta + \alpha - \beta - 2}{2\alpha\beta - 2\beta - 4} R = 1.4 \Omega, \quad I_p = \frac{U_{b0}}{R_T + R} = 1 \text{ A}.$$

### Задатак 1-2.

За електрично коло приказано на слици 1-2 познато је:  $U = 7 \text{ V}$ ,  $R = 3 \Omega$ ,  $\alpha = 5$ ,  $\beta = 2$ .

а) Израчунати напон празног хода на излазу,  $U_{b0}$ .

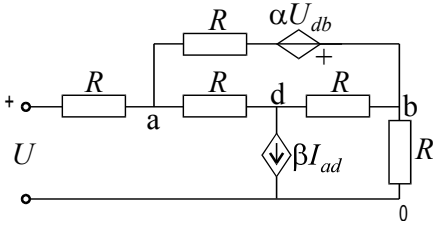
б) Ако се потрошач  $R_p = R$  веже на излаз, приступ  $b-0$ , применом Тевененове теореме израчунати интензитет струје кроз потрошач.

### Решење:

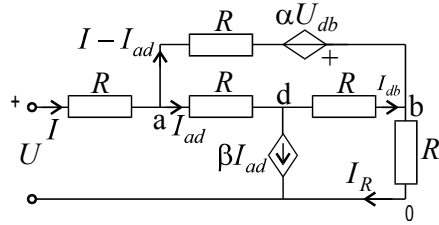
а) Користићемо се ознакама са еквивалентне шеме приказане на слици 1-2а.

$$U = RI + R(I - I_{ad}) - \alpha RI_{db} + RI_R, \quad U = RI + R(I_{ad} + I_{db} + I_R),$$

$$I = \beta I_{ad} + I_R, \quad I_R = I_{db} + I - I_{ad}, \quad U_{b0} = RI_R.$$



Слика 1-2



Слика 1-2а

Решавањем овог система од пет једначина са пет непознатих, добијамо:

$$U_{b0} = RI_R = \frac{\alpha\beta - \alpha + 2\beta - 3}{2\alpha(\beta - 1) + 4(\beta - 2)} U = 4.2 \text{ V}.$$

б) Користићемо се ознакама са еквивалентне шеме приказане на слици 1-2б.

$$0 = RI_{R1} + R(I_{R1} - I_{ad}) - \alpha RI_{db} + U,$$

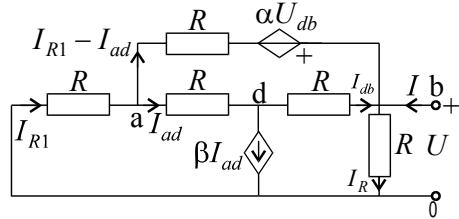
$$0 = RI_{R1} + R(I_{ad} + I_{db}) + U, \quad U = RI_R.$$

$$I_{ad} = \beta I_{ad} + I_{db}, \quad I_R = I_{db} + I + I_{R1} - I_{ad}$$

Решавањем овог система од пет једначина са пет непознатих, добијамо:

$$U = \frac{\alpha\beta - \alpha + 2\beta - 5}{2\alpha(\beta - 1) + 4(\beta - 2)} RI,$$

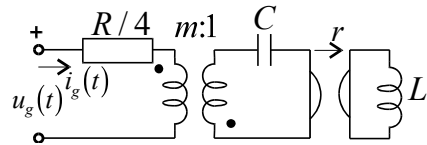
$$R_T = \frac{U}{I} = \frac{\alpha\beta - \alpha + 2\beta - 5}{2\alpha(\beta - 1) + 4(\beta - 2)} R = 1.2 \Omega, \quad I_p = \frac{U_{b0}}{R_T + R} = 1 \text{ A}.$$



Слика 1-2б

### Задатак 1-3.

У колу на слици 1-3 познато је да постоји веза између параметара кола и кружне учестаности:  $\omega L = \frac{1}{\omega C} = \frac{R}{2} = r$ .  
Временска функција напона напонског генератора је  $u_g(t) = \sqrt{2}U_g \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{4}\right)$ .



Слика 1-3

Одредити временску функцију  $i_g(t)$  струје кроз напонски генератор.

Подаци:  $U_g = 1,2 \text{ V}$ ,  $r = 12 \Omega$ ,  $m = 0,5$ .

### Решење:

За израчунавање улазне импедансе на приступу „улаз“ користимо и релације за израчунавање улазне импедансе жиратора и улазне импедансе конвертора импедансе:

$$Z_{ug} = \frac{R}{4} + m^2 \left( -j \frac{1}{\omega C} + \frac{r^2}{j\omega L} \right) = \frac{r}{2} + m^2 \left( -jr - j \frac{r^2}{r} \right) = \frac{r}{2} - j2m^2r = \frac{r}{2}(1 - j).$$

$$Z_{ug} = 6\sqrt{2}e^{-j\pi/4} \Omega, \quad i_g(t) = 0,2 \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) \text{ A}.$$