

*Biljana Deretić-Stojanović*

**SPREGNUTE KONSTRUKCIJE**

**Beograd, 2016**

**Dr Biljana Deretić-Stojanović, dipl. građ. inž.,**  
vanredni profesor Građevinskog fakulteta u Beogradu

**Recenzenti:**

Dr Dragan Buđevac, dipl. građ. inž.,  
redovni profesor Građevinskog fakulteta u Beogradu

Dr Šerif Dunica, dipl. građ. inž.,  
redovni profesor Građevinskog fakulteta u Beogradu, u penziji

**Izdavači:**

Građevinski fakultet Univerziteta u Beogradu  
Akademska misao, Beograd

**Štampa:**

Akademska misao, Beograd

ISBN 978-86-7466-639-5

**Tiraž:**

50 primeraka

# SADRŽAJ

<b>PREDGOVOR</b>	<b>7</b>
<b>1 OSNOVNI KONCEPT SPREZANJA</b>	<b>9</b>
1.1 UVOD.....	9
1.2 EFEKTI SPREZANJA.....	11
1.3 SPREGNUTA GREDA PROIZVOLJNOG POPREČNOG PRESEKA.....	17
1.3.1 Aksijalno naprezanje spregnute grede.....	17
1.3.2 Čisto pravo savijanje spregnute grede .....	21
1.3.3 Savijanje silama spregnute grede .....	27
<b>2 SPREGNUTE KONSTRUKCIJE OD ČELIKA I BETONA</b>	<b>33</b>
2.1 UVOD .....	33
2.2 RAZVOJ SPREGNUTIH KONSTRUKCIJA .....	33
2.3 OBLAST PRIMENE SPREGNUTIH KONSTRUKCIJA.....	36
2.4 PREDNOSTI I NEDOSTACI PRIMENE SPREGNUTIH KONSTRUKCIJA.....	38
2.5 METODE IZVOĐENJA SPREGNUTIH KONSTRUKCIJA .....	41
2.6 ELEMENTI SPREGNUTE KONSTRUKCIJE .....	45
2.6.1 Spregnuti stubovi.....	45
2.6.2 Spregnute grede .....	46
2.6.3 Spregnute ploče i betonske ploče .....	48
2.7 SPREZANJE .....	49
2.7.1 Pojam sprezanja i vrste sprezanja .....	49
2.7.2 Sredstva za sprezanje .....	52
<b>3 OSNOVE PRORAČUNA SPREGNUTIH KONSTRUKCIJA</b>	<b>55</b>
3.1 UVOD .....	55
3.2 OSNOVE PRORAČUNA PREMA TEORIJI ELASTIČNOSTI .....	56
3.3 OSNOVE PRORAČUNA PREMA TEORIJI PLASTIČNOSTI .....	60
3.4 DEFINICIJA MODELA PRORAČUNA .....	65
3.5 KLASIFIKACIJA POPREČNIH PRESEKA .....	66
3.6 EFEKTIVNA ŠIRINA .....	80
3.7 OSNOVE PRORAČUNA PREMA GRANIČNIM STANJIMA .....	83
3.7.1 Pojam graničnih stanja .....	83
3.7.2 Proračunske vrednosti .....	85
3.7.3 Provera graničnih stanja .....	88
<b>4 MATERIJALI</b>	<b>91</b>
4.1 UVOD .....	91
4.2 BETON .....	91
4.2.1 Uvod .....	91
4.2.2 Tečenje betona .....	93

4.2.3 Relaksacija betona .....	102
4.2.4 Skupljanje betona .....	104
4.2.5 Integralna veza između napona i deformacije za beton.....	106
4.2.6 Algebarska veza između napona i deformacije za beton .....	107
4.2.6.1 EM metoda – metoda efektivnog modula .....	108
4.2.6.2 MS metoda – metoda srednjeg napona .....	109
4.2.6.3 AAEM metoda – metoda korigovanog efektivnog modula .....	110
4.3 ČELIK ZA ARMATURU .....	113
4.4 KONSTRUKCIONI ČELIK .....	114
4.5 PROFILISANI ČELIČNI LIM .....	115
4.6 ČELIK ZA SPOJNA SREDSTVA .....	116
4.7 ČELIK ZA PRETHODNO NAPREZANJE .....	116
<b>5 ANALIZA SPREGNUTIH KONSTRUKCIJA PREMA TEORIJI ELASTIČNOSTI</b> .....	<b>119</b>
5.1 UVOD .....	119
5.2 LINEARNA ELASTIČNA ANALIZA .....	119
5.2.1 Pretpostavke .....	119
5.2.2 Naponi i pomeranja u vremenu $t=t_0$ .....	121
5.2.2.1 Osnovne jednačine .....	121
5.2.2.2 Redukovane geometrijske karakteristike spregnutog poprečnog preseka u vremenu $t=t_0$ .....	123
5.2.2.3 Izrazi za naponi i pomeranja u vremenu $t=t_0$ .....	126
5.2.3 Naponi i pomeranja u vremenu $t$ prema AAEM metodi .....	130
5.2.3.1 Osnovne jednačine .....	130
5.2.3.2 Redukovane geometrijske karakteristike spregnutog poprečnog preseka u vremenu $t$ .....	132
5.2.3.3 Fiktivne sile u preseku .....	139
5.2.3.4 Izrazi za napone i pomeranja u vremenu $t$ .....	145
5.2.4 Naponi i pomeranja u vremenu $t$ prema EM metodi .....	147
5.2.5 Statički neodređeni nosači .....	161
5.2.5.1 Statički neodređene veličine u vremenu $t=t_0$ .....	161
5.2.5.2 Statički neodređene veličine u vremenu $t$ .....	163
<b>6 GRANIČNA STANJA NOSIVOSTI</b> .....	<b>167</b>
6.1 UVOD .....	167
6.2 SPREGNUTE GREDE .....	168
6.2.1 Uvod .....	168
6.2.2 Nosivost poprečnog preseka .....	169
6.2.2.1 Nosivost poprečnog preseka na savijanja .....	170
6.2.2.1.1 Moment pune plastičnosti preseka sa punim smičućim spojem .....	170

6.2.2.1.2	Plastični moment nosivosti preseka sa parcijalnim smičućim spojem .....	179
6.2.2.1.3	Plastični moment nosivosti preseka sa delimičnom oblogom od betona .....	183
6.2.2.1.4	Nosivost na savijanje prema nelinearnaj teoriji .....	184
6.2.2.1.5	Elastični moment nosivosti.....	186
6.2.2.2	Nosivost poprečnog preseka na vertikalno smicanje .....	192
6.2.2.3	Interakcija savijanja i vertikalnog smicanja .....	193
6.2.3	Bočno torziona izvijanje spregnute grede .....	196
6.2.4	Nosivost spregnute grede na podužno smicanje .....	201
6.2.4.1	Proračun podužne sile smicanja .....	202
6.2.4.2	Proračun sredstava za sprezanje .....	213
6.2.4.3	Podužno smicanje kod betonske ploče .....	215
6.3	SPREGNUTI STUBOVI .....	229
6.3.1	Uvod .....	229
6.3.2	Metode proračuna spregnutih stubova .....	231
6.3.3	Nosivost poprečnog preseka spregnutog stuba .....	234
6.3.3.1	Nosivost poprečnog preseka na aksijalni pritisak .....	234
6.3.3.2	Nosivost poprečnog preseka na pritisak i jednoosno savijanje.....	235
6.3.3.3	Uticaj poprečne sile.....	244
6.3.4	Nosivost spregnutog stuba .....	245
6.3.4.1	Nosivost spregnutog stuba na aksijalni pritisak.....	247
6.3.4.2	Nosivost spregnutog stuba na aksijalni pritisak i jednoosno savijanje .....	251
6.3.4.3	Nosivost spregnutog stuba na aksijalnu pritisak i dvoosno savijanje .....	255
6.4	SPREGNUTE PLOČE SA PROFILISANIM LIMOVIMA .....	271
6.4.1	Uvod .....	271
6.4.2	Profilisani lim u fazi montaže (kao oplata).....	275
6.4.3	Proračun spregnute ploče.....	277
6.4.3.1	Nosivost na savijanje.....	278



# **SPREGNUTE KONSTRUKCIJE**





## PREDGOVOR

Ova knjiga je pre svega namenjena studentima konstruktivnog odseka Građevinskog fakulteta Univerziteta u Beogradu. Veći deo materije koji je ovde prikazan je obuhvaćen nastavnim programom predmeta Spregnute konstrukcije, a koji je prema nastavnom planu od školske 2009/10 godine dobio naziv Osnove spregnutih konstrukcija. Materija iz ove knjige, uz izvesne modifikacije, izlaže se studentima poslednjih dvanaest godina.

Knjiga je koncipirana tako da su uključeni i neki sadržaji koji nisu obuhvaćeni programom redovne nastave, s ciljem da se upotpune znanja iz teorije i proračuna ovih konstrukcija. Pored teorijskih osnova za proračun spregnutih konstrukcija od proizvoljnih materijala, knjiga se najvećim delom bavi spregnutim konstrukcijama od čelika i betona, koje su u građevinskoj praksi najzastupljenije. Posebna pažnja se posvećuje proračunu spregnutih konstrukcija prema savremenom evropskom propisu, Evrokodu 4, a koji je usvojen i kao naš zvanični propis.

Mada pisana za studente koji počinju sa izučavanjem ovih konstrukcija, knjiga može biti od koristi i inženjerima u građevinskoj praksi. Sadržaj knjige je podeljen na šest delova (glava).

U prvoj glavi knjige izlaže se osnovni koncept sprezanja. Na primeru nespregnute i spregnute grede obrazlažu se efekti sprezanja i prednosti primene sprezanja. Nadalje se analizira spregnuta greda proizvoljnog poprečnog preseka koji je sastavljen iz više delova različitih mehaničkih karakteristika. Greda je izložena aksijalnom naprezanju, čistom pravom savijanju i savijanju silama.

Svi ostali delovi knjige (od druge do šeste glave) odnose se na spregnute konstrukcije od čelika i betona.

U drugoj glavi knjige se prikazuje razvoj spregnutih konstrukcija od čelika i betona, oblast primene, prednosti i nedostaci, kao i metode izvođenja. Navode se elementi spregnute konstrukcije, tj. spregnuti stubovi, spregnute grede i spregnute ploče. Definiše se pojam sprezanja, vrste sprezanja i sredstva za sprezanje.

Treća glava knjige se bavi osnovama proračuna spregnutih konstrukcija od čelika i betona prema teoriji elastičnosti i teoriji plastičnosti. Definišu se klase poprečnih preseka i prema njima i odgovarajući modeli proračuna.

Prikazuju se osnove proračuna prema graničnim stanjima na način kako je to dato u savremenom evropskom propisu Evrokodu 0.

U četvrtoj glavi knjige se prikazuje ponašanje materijala od koga je sačinjena spregnuta konstrukcija. Definišu se mehaničke karakteristike i veze između napona i dilatacije za beton, konstrukcioni čelik, čelik za armaturu, profilisani čelični lim, čelik za spojna sredstva i čelik za prethodno naprezanje. Detaljno se obrađuju viskozne deformacije betona, tečenje, relaksacija i skupljanje betona, takođe i relaksacija čelika za prethodno naprezanje. Definiše se integralna veza između napona i dilatacije za beton, i iz nje izvode poznate algebarske veze EM, MS i AAEM metoda.

U petoj glavi knjige se detaljno prikazuje analiza spregnutih konstrukcija prema teoriji elastičnosti, koja se mora koristiti kod proračuna preseka klase 3 i 4 i pri proveru graničnih stanja upotrebljivosti. Definiše se korespondentni presek i prikazuje proračun spregnutog statički određenog i neodređenog nosača u vremenu  $t=t_0$  i vremenu  $t$ .

Šesta glava knjige se bavi proračunom spregnutih konstrukcija od čelika i betona prema graničnim stanjima, na način kako je to prikazano u Evrokodu 4. Detaljnije se prikazuje proračun spregnutih greda i spregnutih stubova, a za spregnute ploče se daje proračun granične nosivosti na savijanje.

Radi lakšeg razumevanja materije u okviru knjige je dat znatan broj rešenih primera.

Posebno se zahvaljujem profesorima dr Šerifu Dunicu i dr Draganu Buđevcu na izvršenoj recenziji rukopisa. Zahvaljujem se mojoj ćerki, Jovani Arsenović, mast. inž. arh., za pomoć pri pripremi knjige za štampu. Takođe se zahvaljujem docentu dr Svetlani Kostić i asistentu Mariji Lazović za trud uložen pri korekturi teksta.

Beograd, jun 2016. godine

Biljana Deretić-Stojanović