

Dragoš M. Cvetković

**SPEKTRALNA TEORIJA GRAFOVA
I
KOMBINATORNA TEORIJA MATRICA**

- Autoreferati -

AKADEMSKA MISAO
Beograd, 2012.

Dragoš M. Cvetković

**SPEKTRALNA TEORIJA GRAFOVA
I KOMBINATORNA TEORIJA MATRICA
-Autoreferati-**

Recenzenti

Akademik Ivan Gutman

Prof. dr Dragan Stevanović

Izdaje i štampa

AKADEMSKA MISAO, Beograd

Tiraž

50 primeraka

ISBN 978-86-7466-445-2

SPEKTRALNA TEORIJA GRAFOVA
I
KOMBINATORNA TEORIJA MATRICA

- Autoreferati -

SADRŽAJ

Predgovor	VII
1. Uvod	1
2. Spisak naučnih radova	3
3. Prikaz naučnih radova (1 - 111)	26
4. Apstrakti naučnih radova (112 - 215)	43
5. Tematika naučnih radova i glavni rezultati	64
6. Spisak objavljenih knjiga	73
7. Prikaz knjiga	80
8. Predgovori za knjige	88
8.1. Spectra of graphs, III edition	89
8.2. Eigenspaces of graphs	92
8.3. Spectral generalizations of line graphs	95
8.4. Variations on the travelling salesman theme	98
8.5. Kombinatorna optimizacija – Matematička teorija i algoritmi	100
8.6. A Combinatorial Approach to Matrix Theory and Its Application	103
8.7. An Introduction to the Theory of Graph Spectra	106
8.8. Teorija grafova, III izdanje	110
8.9. Diskretne matematičke strukture	113
8.10. Diskretna matematika	114
8.11. Odabrana poglavlja iz diskretne matematike	118
8.12. Kombinatorna teorija matrica	119
8.13. Kombinatorika – klasična i moderna	139
8.14. Kombinatorika i grafovi - Pregled i prilozi	141
8.15. Zanimljiva matematika - Preferans	143
8.16. Zanimljiva matematika - Šah	145
9. Komentar o objavljenim knjigama	147
10. Prikazi naučnih radova i knjiga	151
11. Citiranje knjiga i naučnih radova	162
12. Spisak stručnih radova	169
13. Prikaz dela stručnih radova	183

14.	Jubilarno predavanje	187
15.	Predavanje na Elektrotehničkom fakultetu	201
16.	Arhiva akademika Cvetkovića	206
17.	Scientific correspondence of Professor Dragoš Cvetković . . .	211

P R E D G O V O R

U ovoj knjizi dajem pregled sopstvenog naučnog rada sa ciljem da pomognem zainteresovanima da pronadju za njih najinteresantnije delove. Moji tekstovi u knjizi su pisani u stilu autoreferata bez eksplicitnih vrednosnih sudova. U knjigu su uključeni u manjoj meri tekstovi drugih autora koji su, naravno, drugog karaktera.

U toku četrdeset, i više, godina naučnog, stručnog i nastavnčkog rada u oblasti matematike objavio sam 8 naučnih monografija, više desetina drugih stručnih knjiga, preko 200 naučnih radova i veći broj stručnih radova. Moji glavni rezultati su na polju *Spektralne teorije grafova* i *Kombinatorne teorije matrica*, što objašnjava naslov knjige. Imam izvesne rezultate i u oblasti kombinatorne optimizacije i veštačke inteligencije.

Spektralna teorija grafova je deo teorije grafova u kojem se grafovi proučavaju uz pomoć sopstvenih vrednosti različitih matrica koje se pridružuju grafu. Ona je nastala sredinom 20-og veka a danas predstavlja dobro razvijenu matematičku teoriju sa mnogobrojnim primenama u računarstvu, hemiji, fizici i drugim oblastima. Predaje se kao doktorski kurs u oblasti matematike, računarstva, hemije itd. na velikom broju univerziteta. Više informacija čitalac može da nađe u mom predavanju "Osvrt na genezu spektralne teorije grafova" u ovoj knjizi.

Kombinatorna teorija matrica je deo teorije matrica u kome se matrice proučavaju uz pomoć različitih grafova koji se pridružuju matrici. Počeci ove teorije padaju u prvu polovinu 20-og veka a razvijena je dobrim delom neformalnim procedurama za probleme linearne algebre u teoriji električnih kola i teoriji sistema. Oformljena je kao matematička teorija krajem veka. Više informacija čitalac može da nađe u predgovoru i završnom komentaru

moje knjige "Kombinatorna teorija matrica" koji su reprodukovani u ovoj knjizi.

Prezentacija materijala je slojevita; koncentrični krugovi izlaganja donose različite kombinacije detalja i opštosti. Čitalac koji se bavi matematikom ili aktivno koristi matematiku može da izabere delove koji mu najviše odgovaraju. Knjigu mogu da koriste oni koji tek počinju sa naučnim radom (počevši od studenata starijih godina studija) ali i iskusni istraživači a sve u skladu sa svojim interesom.

Prikazujući sopstveno delo želim da izrazim zahvalnost brojnim koautorima naučnih radova i knjiga bez čijeg učešća bi rezultati bili skromniji ili teže dobijeni. Posebnu zahvalnost u tom smislu dugujem kolegama Slobodanu K. Simiću, naučnom savetniku u Matematičkom institutu SANU, i Peter-u Rowlinson-u, profesoru u penziji Univerziteta u Stirling-u, Škotska, Velika Britanija.

Zahvaljujem profesorima Veri Kovačević-Vujčić i Zoranu Radosavljeviću, Tatjani Davidović, višem naučnom saradniku, i gđi Višnji Milić na njihovim tekstovima koji su ušli u ovu knjigu.

Knjigu je tehnički obradila Marija Milojević, diplomirani inženjer mašinstva, na čemu joj autor zahvaljuje.

Beograd, septembra 2012

Autor

1. Uvod

Pregled mog naučnog rada je dat nizom tekstova.

Glavni deo knjige sadrži spiskove, prikaz i razne komentare a) naučnih radova, b) knjiga i c) stručnih radova. U nastavku su dva predavanja koja sam održao povodom navršene sedamdesete godine života.

Struktura knjige se vidi kroz sadržaj.

Posle spiska naučnih radova sledi vlastiti prikaz¹ prvih 111 radova iz spiska a za preostale radove (112-215) navedeni su apstrakti. Naredni tekst obrađuje tematiku naučnih radova i prikazuje glavne rezultate ukazujući na istaknute radove. Najveći broj radova se odnosi na spektralnu teoriju grafova. Utvrđuje se da su ovi radovi zajedno sa naučnim monografijama (*Spectra of Graphs* i druge) dali značajan doprinos stvaranju i razvoju spektralne teorije grafova.

Druga celina se odnosi na moje knjige. Spisak objavljenih knjiga razvrstava knjige u naučne monografije, nestandardne udžbenike i neke druge kategorije knjiga. Posle spiska knjiga sledi kratak opis svake od njih. Sledeći obiman deo knjige reprodukuje predgovore svih važnijih knjiga pa čitalac može detaljnije da se obavesti o njihovoj sadržini.

Komentar o knjigama, koji sledi, opisuje seriju monografija o spektralnoj teoriji grafova a posebno obrađuje knjige o kombinatornoj teoriji matrica. Zasnivanje teorije matrica kombinatornim, tj. grafovskim sredstvima, smatram svojim drugim najvećim doprinosom. Karakter doprinosa je sasvim različit od onog kod spektralne teorije grafova. Dok se kod spektralne teorije grafova radilo o kreiranju i razvijanju nove matematičke teorije u slučaju kombinatorne teorije matrica jedna dobro razvijena matematička teorija se zasniva i interpretira na drugi način. Važne informacije o mom doprinosu

¹Prikazi radova 1-86 su pisani u vreme objavljivanja tih radova.

zasnivanju kombinatorne teorije matrica se nalaze upravo u ovom delu knjige.

U sledeće dve celine (Prikazi naučnih radova i knjiga, Citiranje knjiga i naučnih radova) naučni radovi i knjige se tretiraju zajedno a napisali su ih različiti autori². Daje se pregled prikaza radova i knjiga u referativnim i drugim časopisima a zatim delimični podaci o citiranju. Ovi tekstovi upotpunjuju moja viđenja izložena u prethodnim tekstovima.

Posle spiska i delimičnog prikaza mojih stručnih radova uključena su dva moja predavanja održana 2011. godine u kojima sam se osvrnuo na celokupan svoj rad. Na taj način zaokružujem slojeviti prikaz sopstvenog naučnog rada i dostignuća u ovoj knjizi.

Na kraju su dva teksta o mojoj stručnoj arhivi koja je delimično digitalizovana u okviru eBiblioteke Matematičkog fakulteta u Beogradu. Ovi tekstovi mogu u nekim slučajevima da doprinesu razumevanju materije izložene ranije u knjizi a na nekim mestima se pozivam na ove tekstove.

Deo materijala iz ove knjige je već objavljen u mojim prethodnim knjigama "Matematičke varijacije", "Grafovi kao inspiracija" i "Iracionalno u racionalnom", na koje će biti pozivanja i u ovoj knjizi. Ipak ova knjiga nije popularnog karaktera; u njoj je učinjen napor da se rezultati mog rada predstave zainteresovanim istraživačima.

²Ovi tekstovi su uz minimalne izmene preuzeti iz knjige "Grafovi kao inspiracija".

2. Spisak naučnih radova

Za deo radova i knjiga u spiskovima koji slede dati su i podaci o prikazu dela u referativnim časopisima. Pri tome su korišćene sledeće skraćenice za referativne časopise:

MR – Mathematical Reviews,

Zbl. – Zentralblatt für Mathematik,

RŽ Mat. – Referativni Žurnal - Matematika.

Po pravilu, svaki naučni rad i svaka naučna monografija se opisuju u ovim referativnim časopisima. Tekstovi na srpskom jeziku se samo izuzetno prikazuju.

1. Cvetković D., *O rešavanju nekih transcendentnih jednačina*, Matematička biblioteka br. 39, Beograd 1969, 111-123

RŽ Mat 1970, 10B676.

2. Cvetković D., *O sumiranju redova čiji je opšti član racionalna funkcija indeksa sumiranja*, Matematička biblioteka br. 41, Beograd 1969, 157-178.

RŽ Mat 1970, 12B30.

3. Cvetković D., *Bihromatičnost i spektar grafa*, Matematička biblioteka br. 41, Beograd 1969, 193-194.

RŽ Mat 1970, 12V364.

4. Cvetković D., *Über ein Problem von Erdős*, Univ. Beograd, Publ. Elektrotehn. Fak. Ser. Mat. Fiz., No. **247**-No. **273**(1969), 143-147.

MR 40, # 5473, **Zbl.** 182, 267, **RŽ Mat** 1970, 3V299.

5. Cvetković D., *Spectrum of the graph of n -tuples*, Univ. Beograd, Publ. Elektrotehn. Fak., Ser. Mat. Fiz., No. **274**-No. **301**(1969), 91-95.

MR 41, # 6711, **Zbl.** 212, 296, **RŽ Mat** 1970, 9V295.

6. Cvetković D., *Connectedness of the p -sum of graphs*, Univ. Beograd, Publ. Elektrotehn. Fak. Ser. Mat. Fiz., No. **274**-No. **301**(1969), 96-99.

- MR 41, # 6710, **Zbl.** 212, 295, **RŽ Mat** 1970, 6V371.
7. Cvetković D., *Some remarks on the problem of n queens*, Univ. Beograd, Publ. Elektrotehn. Fak., Ser. Mat. Fiz., No. **274**-No. **301**(1969), 100-102.
MR 41, # 8250, **Zbl.** 215, 339, **RŽ Mat** 1970, 8V231.
8. Cvetković D., *A note on paths in the p -sum of graphs*, Univ. Beograd, Publ. Elektrotehn. Fak., Ser. Mat. Fiz., No. **302**-No. **319**(1970), 49-51.
MR 44, # 2648, **Zbl.** 203, 567, **RŽ Mat** 1971, 6V353.
9. Cvetković D., Lučić R., *A new generalization of the p -sum of graphs*, Univ. Beograd, Publ. Elektrotehn. Fak., Ser. Mat. Fiz. No. **302**- No. **319**(1970), 67-71.
MR 45, # 8557, **Zbl.** 209, 282, **RŽ Mat** 1971, 6V354.
10. Cvetković D., *The generating function for variations with restrictions and paths of the graph and self-complementary graphs*, Univ. Beograd, Publ. Elektrotehn. Fak., Ser. Mat. Fiz., No. **320**-No. **328** (1970), 27-34.
MR 43, # 7356, **Zbl.** 204, 245, **RŽ Mat** 1971, 9V357.
11. Cvetković D., *Transzendente Gleichungen deren Lösungen durch die inversen Funktionen der Funktion e^x/x ausdrückbar sind*, Univ. Beograd, Publ. Elektrotehn. Fak., Ser. Math. Fiz., No. **320**-No. **328** (1970), 15-26.
MR 43, # 4239, **Zbl.** 214, 148, **RŽ Mat** 1971, 7B8.
12. Cvetković D., *New characterizations of the cubic lattice graph*, Publ. Inst. Math. (Beograd), **10(24)**(1970), 195-198.
MR 43, # 1869, **Zbl.** 202, 557, **RŽ Mat** 1971, 6V374.
13. Cvetković D., *Die Zahl der Wege eines Grafen*, Glasnik Mat. Ser III, **5(25)**(1970), 205-210.
MR 43, # 108, **Zbl.** 211, 572, **RŽ Mat** 1971, 6V371.
14. Cvetković D., *The Boolean operations on graphs - spectrum and connectedness*, (V Kongres na mat. fiz. i astr. na Jugoslavija, Ohrid, 14-19 sept. 1970, Zbornik na trudovite, tom I, Skopje 1973), 115-119.
MR 57, # 12298, **RŽ Mat** 1979, 8V383.
15. Cvetković D., *Graphs and their spectra (Thesis)*, Univ. Beograd, Publ. Elektrotehn. Fak. Ser. Mat. Fiz., No. **354**-No. **356**(1971), 1-50.
MR 45, # 8556, **Zbl.** 238, 05102, **RŽ Mat** 1972, 10V358.
16. Cvetković D., *The spectral method for determining the number of trees*, Publ. Inst. Math. (Beograd), **11(25)**(1971), 135-141.

- MR 46, # 8877, **Zbl.** 221, 05054, **RŽ Mat** 1972, 2V355.
17. Cvetković D., *Inequalities obtained on the basis of the spectrum of the graph*, *Studia Sci. Math. Hung.*, **8**(1973), 433-436.
MR 50, # 9661, **Zbl.** 288, 05107, **RŽ Mat** 1975, 1V563.
18. Kraus L., Cvetković D., *Evaluation of a lower bound for the chromatic number of the complete product of graphs*, Univ. Beograd, Publ. Elektrotehn. Fak., Ser. Mat. Fiz., No. **357**-No. **380**(1971), 63-68.
MR 45, # 6679, **Zbl.** 236, 05104, **RŽ Mat** 1972, 12V206.
19. Cvetković D., *On a graph theory problem of M. Koman*, *Časopis Pěst. Mat.*, **98**(1973), 233-236.
MR 48, # 1994, **Zbl.** 262, 05134, **RŽ Mat** 1974, 1V327.
20. Cvetković D., Gutman I. *The algebraic multiplicity of the number zero in the spectrum of a bipartite graph*, *Mat. Vesnik* **9**(**24**)(1972), 141-150.
MR 48, # 1993, **Zbl.** 263, 05125, **RŽ Mat** 1973, 3V377.
21. Kraus L., Cvetković D., *Tables of simple eigenvalues of some graphs whose automorphism group has two orbits*, Univ. Beograd, Publ. Elektrotehn. Fak., Ser. Mat. Fiz., No. **381**-No. **409**(1972), 89-95.
MR 48, # 8297, **Zbl.** 255, 05114, **RŽ Mat** 1973, 7V377.
22. Cvetković D., *The number of antichains of finite power sets*, Publ. Inst. Math. (Beograd), **13**(**27**)(1972), 5-9.
MR 49, # 69, **Zbl.** 266, 05004, **RŽ Mat** 1973, 6V322.
23. Cvetković D., Gutman I., Trinajstić N. *Graph theory and molecular orbitals II*, *Croat. Chem. Acta*, **44**(1972), 365-374.
24. Cvetković D., Gutman I., Trinajstić N. *Kekulé structures and topology*, *Chem. Phys. Letters*, **16**(1972), 614-616.
25. Cvetković D., *Chromatic number and the spectrum of a graph*, Publ. Inst. Math. (Beograd), **14**(**28**)(1972), 24-38.
MR 55, # 7826, **Zbl.** 271, 05111, **RŽ Mat** 1973, 12V408.
26. Cvetković D., Lučić R., *Über die Zerlegung eines Graphen in ein Produkt von Graphen*, (XVIII Internationales Wissenschaftliches Kolloquium, Ilmenau 1973), 57-58.
Zbl. 281, 05114, **RŽ Mat** 1974, 5V387.
27. Cvetković D., *Spectrum of the total graph of a graph*, Publ. Inst. Math.

(Beograd), **16(30)**(1973), 49-52.

MR 52, # 5483, **Zbl.** 274, 05118, **RŽ Mat** 1974, 9V424.

28. Cvetković D., Simić S. *On enumeration of certain types of sequences*, Univ. Beograd, Publ. Elektrotehn. Fak., Ser. Mat. Fiz., No. **421**- No. **460**(1973), 159-164.

MR 48, # 5875, **Zbl.** 281, 05004, **RŽ Mat** 1974, 3V329.

29. Cvetković D., Gutman I., Trinajstić N., *Graph theory and molecular orbitals VII, The role of resonance structures*, J. Chem. Phys., **61**(1974), 2700-2706.

30. Cvetković D., Gutman I., Trinajstić N., *Graph theory and molecular orbitals IX, On the stability of cata-condensed hydrocarbons*, Theoret. Chem. Acta(Berl.), **34**(1974), 129-136.

31. Cvetković D., Gutman I., *Kekulé structures and topology II, Cata-condensed systems*, Croat. Chem. Acta **46**(1974), No. **1**, 15-23.

32. Cvetković D., Simić S., *Some remarks on the complement of a line graph*, Publ. Inst. Math. (Beograd), **17(31)**(1974), 37-44.

MR 51, # 5406, **Zbl.** 295, 05119, **RŽ Mat** 1975, 6V490.

33. Cvetković D., Simić S., *Graph equations for line graphs and total graphs*, Discrete Math., **13**(1975), 315-320.

MR 53, # 7859, **Zbl.** 315, 05126, **RŽ Mat** 1976, 5V548.

34. Cvetković D., Gutman I., Trinajstić N., *Conjugated molecules having integral graph spectra*, Chem. Phys. Letters, **29**(1974), 65-68.

35. Cvetković D., Gutman I., Trinajstić N., *Graphical studies on the relations between the structures and reactivity of conjugated systems, The role of non-bonding molecular orbitals*, J. Mol. Struct., **28**(1975), 289-303.

36. Cvetković D., Gutman I., *On the spectral structure of graphs having the maximal eigenvalue not greater than two*, Publ. Inst. Math. (Beograd), **18(32)**(1975), 39-45.

MR 54, # 5049, **Zbl.** 307, 05132, **RŽ Mat** 1975, 10V281.

37. Gutman I., Cvetković D., *The reconstruction problem for characteristic polynomials of graphs*, Univ. Beograd, Publ. Elektrotehn. Fak., Ser. Mat. Fiz, No. **498**-No. **541**(1975), 45-48.

MR 53, # 13043, **Zbl.** 318, 05111, **RŽ Mat** 1976, 5V542.

- 38.** Cvetković D., *The determinant concept defined by means of graph theory*, Mat. Vesnik, **12(27)**(1975), 333-336.
MR 54, # 2534, **Zbl.** 355, 15010, **RŽ Mat** 1976, 8V539.
- 39.** Cvetković D., *Definities en berekening van determinanten met behulp van grafen*, Nieuw Tijdschrift Wisk. **63**(1976), No. 4, 209-215.
MR 54, # 10066, **RŽ Mat** 1976, 10V435.
- 40.** Cvetković D., *Spectra of graphs formed by some unary operations*, Publ. Inst. Math. (Beograd), **19(33)**(1975), 37-41.
MR 58, # 21837, **Zbl.** 337, 05140, **RŽ Mat** 1976, 9V402.
- 41.** Cvetković D., Lacković I., Simić S., *Graph equations, graph inequalities and a fixed point theorem*, Publ. Inst. Math. (Beograd), **20(34)**(1976), 59-66.
MR 57, # 178, **Zbl.** 344, 05160, **RŽ Mat** 1977, 7V538.
- 42.** Cvetković D., *Cubic integral graphs*, Univ. Beograd, Publ. Elektrotehn. Fak., Ser. Mat. Fiz., No. **498**-No. **541**(1975), 107-113.
MR 53, # 13038, **Zbl.** 315, 05125, **RŽ Mat** 1976, 3V570.
- 43.** Bussemaker F. C., Cvetković D., *There are exactly 13 connected, cubic, integral graphs*, Univ. Beograd, Publ. Elektrotehn. Fak., Ser. Mat. Fiz., No. **544**-No. **576**(1976), 43-48.
MR 57, # 5830, **Zbl.** 357, 05064, **RŽ Mat** 1977, 11V576.
- 44.** Bussemaker F. C., Čobeljić S., Cvetković D., Seidel J. J., *Computer investigation of cubic graphs*, Technological University Eindhoven, T. H. - Report 76-WSK-01, 1-66.
Zbl. 322, 05144, **RŽ Mat** 1977, 7V1005.
- 45.** Bussemaker F. C., Čobeljić S., Cvetković D., Seidel J. J., *Cubic graphs on ≤ 14 vertices*, J. Combinatorial Theory (B), **23**(1977) 234-235.
MR 58, # 5354, **Zbl.** 369, 05045, **RŽ Mat** 1978, 10V694.
- 46.** Bussemaker F. C., Cvetković D., Seidel J. J., *Graphs related to exceptional root systems*, Technological University Eindhoven, T. H. -Report 76-WSK-05, 1-91.
Zbl. 338, 05116, **RŽ Mat** 1977, 7V514.
- 47.** Bussemaker F. C., Cvetković D., Seidel J. J., *Graphs related to exceptional root systems*, (Combinatorics, Proc. V Hungarian Colloquium on Combinatorics, Keszthely 1976, ed. A. Hajnal, V. T. Sós, Vol. I,