

Ђорђе Вуксановић

Марина Ћетковић

Практикум из Статике конструкција

Универзитет у Београду - Грађевински факултет
Академска мисао
Београд 2015.

Др Ђорђе Вуксановић, редовни професор Грађевинског факултета у Београду
Др Марина Ћетковић, доцент Грађевинског факултета у Београду

Практикум из Статике конструкција

Рецензенти

Др Бранислав Пујевић, редовни професор Грађевинског факултета у Београду
Др Мира Петронијевић, редовни професор Грађевинског факултета у Београду

Издавачи:

Универзитет у Београду - Грађевински факултет
Академска мисао, Београд

Техничка и графичка обрада

Др Марина Ћетковић, дипл.граф.инж.

Корице

Зорица Марковић, академски сликар

Штампа

Планета принт, Београд

Тираж 600 примерака

ISBN 978-86-7466-576-3

Предговор

У књизи је приказана материја која се у оквиру вежбања из предмета Статика конструкција излаже студентима треће године основних академских студија Грађевинарство — модул К на Грађевинском факултету Универзитета у Београду. Овај практикум смо припремили са жељом да олакшамо студентима праћење наставе и омогућимо им успешно савлађивање градива као и ефикасну припрему испита. Да би практикум успешно одговорио својој намени претпоставља се да су студенти у довољној мери упознати са теоријским основама предмета тако да могу разумети методе и поступке примењене при решавању приказаних задатака. Без обзира на ову чињеницу у оквиру појединих поглавља изложена је у најмањем могућем обиму теорија потребна за разумевање и успешно решавање проблема који следе. Сматрамо да ће постојање једног овако замисљеног практикума омогућити студентима да се активније укључе у процес вежби из предмета Статика конструкција. При изради књиге учињен је знатан напор да се елиминишу могуће грешке, међутим свесни смо чињенице да су оне увек могуће, па смо унапред захвални свим добронамерним примедбама и сугестијама.

Аутори

Садржај

1. СИЛЕ У ПРЕСЕЦИМА ПРАВОГ ШТАПА ОПТЕРЕЂЕНОГ ОПТЕРЕЂЕЊЕМ УПРАВНИМ НА ОСУ ШТАПА.....	1
1.1 Оптеређење задато аналитичким изразом	1
1.2 Оптеређење задато као систем концентрисаних сила.....	9
1.3 Оптеређење задато вредностима у низу дискретних тачака.....	12
2. ВЕЗЕ ИЗМЕЂУ СТАТИЧКИ И ДЕФОРМАЦИЈСКИ НЕЗАВИСНИХ ВЕЛИЧИНА ШТАПА.....	18
3. ОПШТИ ПОЈМОВИ О УТИЦАЈНИМ ЛИНИЈАМА	40
3.1 Срачунавање вредности утицаја из утицајних линија.....	40
3.1.1 Систем концентрисаних сила	40
3.1.2 Расподељено оптеређење.....	41
3.1.3 Концентрисани моменти	42
3.2 Одређивање опасног положаја оптеређења.....	44
3.2.1 Једнако подељено покретно оптеређење.....	44
3.2.2 Покретан систем везаних концентрисанох сила	45
4. СРАЧУНАВАЊЕ СИЛА У ПРЕСЕЦИМА ПУНИХ НОСАЧА.....	61
5. ЕКСТРЕМНЕ ВРЕДНОСТИ УТИЦАЈА КОД ГРЕДНИХ НОСАЧА.....	72
6. РАЦИОНАЛАН ОБЛИК ЛУЧНИХ НОСАЧА.....	99
7. НОСАЧИ САСТАВЉЕНИ ИЗ ЛАНЦА ПЛОЧА И НИЗА ПРОСТИХ ШТАПОВА	109
8. СИЛЕ У ШТАПОВИМА И УТИЦАЈНЕ ЛИНИЈЕ РЕШЕТКАСТИХ НОСАЧА	122
9. УТИЦАЈНЕ ЛИНИЈЕ КОМБИНОВАНИХ СИСТЕМА	141
10. УТИЦАЈНЕ ЛИНИЈЕ ЗА СТАТИЧКЕ ВЕЛИЧИНЕ ПРИМЕНОМ ПРИНЦИПА ВИРТУАЛНИХ ПОМЕРАЊА.....	155
11. ПРИМЕНА ПРИНЦИПА ВИРТУАЛНИХ СИЛА И СТАТИЧКО–КИНЕМАТИЧКЕ АНАЛОГИЈЕ	165
12. ПОМЕРАЊА И УТИЦАЈНЕ ЛИНИЈЕ ЗА ПОМЕРАЊА ПУНИХ СТАТИЧКИ ОДРЕЂЕНИХ НОСАЧА	181
13. ПОМЕРАЊА И УТИЦАЈНЕ ЛИНИЈЕ ЗА ПОМЕРАЊА РЕШЕТКАСТИХ СТАТИЧКИ ОДРЕЂЕНИХ НОСАЧА	204
14. МЕТОДА СИЛА.....	220

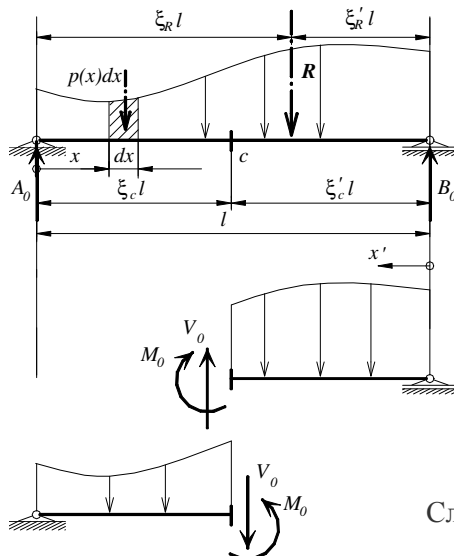
1. СИЛЕ У ПРЕСЕЦИМА ПРАВОГ ШТАПА ОПТЕРЕЂЕНОГ ОПТЕРЕЂЕЊЕМ УПРАВНИМ НА ОСУ ШТАПА

У оквиру овог поглавља бавићемо се одређивањем сила у пресецима правог штапа оптерећеног оптерећењем управним на осу штапа. Разматраћемо следеће случајеве оптерећења:

- 1) Оптерећење задато аналитичким изразом.
- 2) Оптерећење задато као систем концентрисаних сила.
- 3) Оптерећење задато бројним вредностима у одређеном броју дискретних тачака.

У случају оптерећења које је задато вредностима у одређеном броју дискретних тачака анализираћемо линеарну и параболичну промену оптерећења између вредности у тим тачкама. Такође ћемо размотрити и случај оптерећења које се скоковито мења дуж штапа.

1.1 Оптерећење задато аналитичким изразом



Слика 1.1

У случају да координату x положаја пресека, штапа са слике 1.1 усвојимо да меримо са леве стране штапа, изрази за силе у пресеку ће гласити:

$$V_0 = A_0 - \int_i^c p(x) dx = A_0 \left[1 - \frac{1}{A_0} \int_i^c p(x) dx \right] = A_0 \tau_F$$

$$M_0 = A_0 \xi_c l - \int_i^c p(x)(x_c - x) dx = A_0 l \left[\xi_c - \frac{1}{A_0 l} \int_i^c p(x)(x_c - x) dx \right] = A_0 l \omega_F$$

У случају да координату x' положаја пресека, штапа са слике 1.1 усвојимо да меримо са десне стране штапа, изрази за силе у пресеку ће гласити:

$$V_0 = -B_0 + \int_k^c p(x') dx' = B_0 \left[-1 + \frac{1}{B_0} \int_k^c p(x') dx' \right] = B_0 \tau'_F$$

$$M_0 = B_0 \xi'_c l - \int_k^c p(x')(x'_c - x') dx' = B_0 l \left[\xi'_c - \frac{1}{B_0 l} \int_k^c p(x')(x'_c - x') dx' \right] = B_0 l \omega'_F$$

где су:

A_0, B_0 реакције просте греде,

$\xi = \frac{x}{l}, \quad \xi' = \frac{x'}{l}$ бездимензионалне координате положаја пресека за које важи:

$$\xi + \xi' = 1.$$

Резултанта сила једнака је површини дијаграма оптерећења и гласи:

$$R = \int_i^k p(x) dx,$$

па ће одговарајуће реакције просте греде гласити:

$$A_0 = R \xi'_R, \quad B_0 = R \xi_R.$$

Функције τ_F и ω_F су бездимензионалне функције променљиве ξ које зависе само од облика површине оптерећења, а не зависе ни од интензитета оптерећења ни од распона греде. Ако знамо функције τ_F и ω_F за једно оптерећење, за симетрично оптерећење у односу на средину греде користимо функције τ'_F и ω'_F , при чему важи:

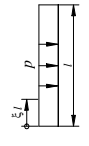
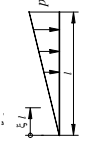
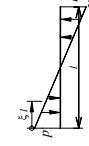
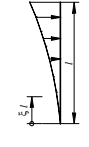
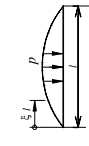
$$\tau_F = \tau_F(\xi) \quad \tau'_F = \tau'_F(\xi') \quad \omega_F = \omega_F(\xi) \quad \omega'_F = \omega'_F(\xi')$$

$$\left. \begin{aligned} \tau_F &= 1 - \frac{I}{A_0} \int_i^c p(x) dx \\ \tau'_F &= -1 + \frac{I}{B_0} \int_k^c p(x') dx' \end{aligned} \right\} \tau'_F = -\tau_F(\xi')$$

$$\left. \begin{aligned} \omega_F &= \xi - \frac{I}{A_0 l} \int_i^c p(x)(x_c - x) dx \\ \omega'_F &= \xi' - \frac{I}{B_0 l} \int_i^c p(x')(x'_c - x') dx' \end{aligned} \right\} \omega'_F = \omega_F(\xi')$$

Вредности функција τ_F и ω_F су дате у литератури за основне облике оптерећења у десетинама и дванестинама распона греде. (*Статика конструкција*, М.Ђурић, О.Ђурић-Перић, Грађевинска књига, Београд, 1990).

У наставку ћемо приказати неколико бројних примера срачунавања сила у пресецима просте греде применом τ_F и ω_F функција.

					
p	p	$p\xi$	$p(1-2\xi)$	$p\xi^2$	$4p\xi\xi'$
A	$\frac{l}{2}pl$	$\frac{l}{6}pl$	$\frac{l}{6}pl$	$\frac{l}{12}pl$	$\frac{l}{3}pl$
B	$\frac{l}{2}pl$	$\frac{l}{3}pl$	$-\frac{l}{6}pl$	$\frac{l}{4}pl$	$\frac{l}{3}pl$
V_0	$\frac{l}{2}pl\tau_F$	$\frac{l}{6}pl\tau_F$	$\frac{l}{6}pl\tau_F$	$\frac{l}{12}pl\tau_F$	$\frac{l}{3}pl\tau_F$
M_0	$\frac{l}{2}pl^2\omega_F$	$\frac{l}{6}pl^2\omega_F$	$\frac{l}{6}pl^2\omega_F$	$\frac{l}{12}pl^2\omega_F$	$\frac{l}{3}pl^2\omega_F$
τ_F	$1-2\xi$	$1-3\xi^2$	$1-6\xi+6\xi^2$	$1-4\xi^3$	$1-6\xi^2+4\xi^3$
ω_F	$\xi-\xi^2$	$\xi-\xi^3$	$\xi-3\xi^2+2\xi^3$	$\xi-\xi^4$	$\xi-2\xi^3+\xi^4$