

Радомир Капор

# ХИДРАУЛИКА

треће изменено и допуњено издање

Универзитет у Београду – Грађевински факултет  
Академска мисао  
Београд, 2015.

Радомир Капор  
**ХИДРАУЛИКА**

треће изменјено и допуњено издање

*Рецензенти*  
Др Марко Иветић, ред. проф.  
Др Миодраг Јовановић, ред. проф.

Одобрено за штампу одлуком Наставно-научног већа Грађевинског факултета Универзитета у Београду, 16.09.2015. године.

*Издавачи*

Универзитет у Београду – Грађевински факултет  
Академска мисао, Београд

*Прелом текста*  
Радомир Капор

*Цртежси*  
Радомир Капор и Будо Зиндовић

*Фотографије*  
Радомир Капор и Миљан Ђурић

*Дизајн корица*  
Јасна Плавшић

*Штампа*  
Дедрапласт

*Тираж*  
300 примерака

ISBN 978-86-7466-573-2

© Аутор, Универзитет у Београду – Грађевински факултет и Академска мисао, Београд, 2015. Прештампавање и фотокопирање или поновно објављивање ове књиге, у целини или у деловима, није дозвољено. Сва права задржавају аутор и издавачи.

*Сети се, када расправљаш о води, закључуј прво по  
искуству, затим према разуму.*

Леонардо да Винчи (1452 – 1519)



# Предговор првом издању

Курс хидраулике на Одсеку за хидротехнику Грађевинског факултета Универзитета у Београду већ двадесет година се предаје у оквиру два предмета. У предмету Хидраулика 1 изучавају се устаљена струјања, а у предмету Хидраулика 2, неустаљена. Ова књига садржи предавања из Хидраулике 1, која аутор, од школске 2001./02. године, држи студентима треће године Одсека за хидротехнику и водно-еколошко инжењерство.

С обзиром да се Хидраулика 1 у највећој мери ослања на знања из математике и механике флуида, у првом поглављу су само укратко поновљени основни појмови и законитости из наведених области, претпостављајући да су студенти већ одслушали и успешно положили одговарајуће предмете. Друго поглавље, које се бави устаљеним струјањем флуида у затвореним проводницима, обухвата, поред фундаменталних енергетских разматрања и основе теорије хидрауличких машина. У преостала два поглавља детаљно се разматра устаљено течење са слободном површином (поглавље 3) и устаљено течење кроз порозну средину (поглавље 4). У трећем поглављу обрађено је течење у каналима и око разних хидротехничких објеката, а у четвртом су дате и основе потенцијалног струјања.

Ова књига је намењена пре свега студентима Грађевинског факултета, са жељом да им олакша стицање знања из хидраулике и помогне у припреми и полагању испита. Стечена знања студенти Одсека за хидротехнику и водно-еколошко инжењерство имају прилике да користе и у другим предметима, као што су: Хидраулика 2, Хидротехничке грађевине, Регу-

лација река и др. Аутор се нада да ће ова књига корисно послужити и инжењерима хидротехнике у њиховој свакодневној пракси.

Аутор дугује захвалност асистентима Буди Зиндовићу и Ањи Ранђеловић, за помоћ у техничкој обради књиге, као и рецензентима – професорима Марку Иветићу и Миодрагу Јовановићу, за пажљив преглед текста и корисне сугестије, које су допринеле квалитету књиге.

Београд, мај 2008. године

*Радомир Капор*

# Предговор другом издању

У другом допуњеном и изменјеном издању исправљене су све уочене штампарске и друге грешке. Додата су два нова дела: о благо променљивом, неједноликом течењу у природном водотоку и о течењу у бочном преливу.

Рецезенти, професори Миодраг Јовановић и Марко Иветић, уложили су значајан напор при прегледању другог издања. Поред пажљивог прегледа нових делова књиге поново су пажљиво прегледани и остали делови. Професор Љубодраг Савић прегледао је део о бочном преливу. Све сугестије и савети, које су добијени, сигурно су значајно побољшали квалитет другог издања.

Асистент Будо Зиндовић је и овога пута помогао у припреми књиге.

Београд, новембар 2011. године

*Радомир Капор*

# Предговор трећем издању

У трећем допуњеном и изменјеном издању исправљене су све уочене штампарске и друге грешке. Неки делови књиге су значајно промењени, а посебно део о преливу са степенастим брзотоком. Додати су и нови делови: о потопљеном истичању испод уставе, о хидрауличким моделима објекта за евакуацију великих вода, о вртлогу и о струјању у једноликој струји, са двополом и вртлогом.

Рецезенти, професори Миодраг Јовановић и Марко Иветић, уложили су и овог пута значајан напор при прегледању трећег издања. Поред пажљивог прегледа нових делова књиге поново су пажљиво прегледани и остали делови. Професор Љубодраг Савић прегледао је делове о преливу са степенастим брзотоком и о хидрауличким моделима објекта за евакуацију великих вода. Све сугестије и савети, које су добијени, сигурно су значајно побољшали квалитет трећег издања.

Аутор ће бити захвалан читаоцима уколико му скрену пажњу на евентуалне грешке, или дају свој коментар на обраду и тумачење појединих тематских јединица. Адреса за комуникацију је [rkapor@hikom.grf.bg.ac.rs](mailto:rkapor@hikom.grf.bg.ac.rs).

Београд, avgust 2015. godine

*Радомир Капор*

# Садржај

<b>1</b>	<b>Основе</b>	<b>1</b>
1.1	Основни хидраулички појмови . . . . .	1
1.1.1	Маса, густина, стишљив и нестишљив флуид . . . . .	1
1.1.9	Основна једначина хидростатике . . . .	2
1.1.10	Мерење притиска . . . . .	5
1.1.11	Сила притиска течности на равне површине . . . . .	7
1.1.2	Брзина . . . . .	9
1.1.3	Трајекторија . . . . .	10
1.1.4	Материјални извод . . . . .	11
1.1.5	Убрзање . . . . .	11
1.1.6	Количина кретања . . . . .	12
1.1.7	Струјница . . . . .	12
1.1.8	Емисиона линија . . . . .	14
1.1.12	Проток . . . . .	15
1.1.13	Осредњавање брзине по времену и средња брзина у попречном пресеку .	16
1.2	Основни закони одржања . . . . .	19
1.2.1	Закон одржања масе – једначина континуитета . . . . .	19
1.2.2	Динамичка једначина за елементарну масу . . . . .	22
1.2.3	Динамичка једначина за коначну масу .	23
<b>2</b>	<b>Струјање у цевима</b>	<b>27</b>
2.1	Једначина одржања енергије – Бернулијева једначина . . . . .	27
2.2	Трење при једноликом струјању . . . . .	36
2.3	Одређивање отпора трења у цевима . . . . .	41
2.3.1	Димензионална анализа отпора трења у цевима . . . . .	41

2.3.2	Експериментална испитивања отпора трења у цевима . . . . .	43
2.3.3	Промена храпавости током времена . . . . .	52
2.3.4	Веза Манинговог коефицијента храпавости $n$ и апсолутне храпавости $k$	53
2.4	Локални губици . . . . .	54
2.4.1	Губитак енергије на наглом проширењу – Бордина теорема . . . . .	57
2.4.2	Губитак енергије на наглом сужењу цеви . . . . .	63
2.4.3	Губитак енергије на улазу у цев . . . . .	65
2.4.4	Губитак енергије на кружној кривини . .	67
2.4.5	Губитак енергије на затварачу . . . . .	69
2.5	Хидрауличке машине . . . . .	70
2.5.1	Турбина . . . . .	71
2.5.2	Пумпа . . . . .	73
2.5.3	Ојлерова једначина за хидрауличке машине . . . . .	75
2.5.4	Аксијалне и центрифугалне пумпе . . . .	78
2.5.5	Карактеристике цевовода и одређивање радне тачке пумпе . . . . .	82
2.5.6	Карактеристике комбинованих пумпи . .	84
2.6	Кавитација . . . . .	86
<b>3</b>	<b>Струјање са слободном површином</b>	<b>93</b>
3.1	Основни појмови . . . . .	93
3.1.1	Једначина одржаша енергије у струјању са слободном површином – Бернулијева једначина . . . . .	96
3.2	Једнолико струјање . . . . .	98
3.3	Специфична енергија пресека и критична дубина . . . . .	103
3.3.1	Бурно и мирно струјање . . . . .	108
3.4	Благо променљиво неједнолико струјање . . . . .	111
3.4.1	Једначина за благо променљиво неједнолико струјање у каналу . . . . .	113

3.4.2	Анализа решења диференцијалне једначине за благо променљиво неједнолико струјање у каналу . . . . .	116
3.4.3	Промена режима струјања дуж канала . . . . .	121
3.4.4	Једначина благо променљивог неједноликог струјања у природном водотоку . . . . . . . . . . .	125
3.4.5	Хидраулички скок . . . . . . . . . . .	129
3.4.6	Линије нивоа на споју канала и непокретне воде . . . . . . . . . . .	139
3.4.7	Линија нивоа воде у каналу узводно од каскаде . . . . . . . . . . .	146
3.5	Нагло променљиво неједнолико струјање . . . . .	148
3.5.1	Истицање испод уставе у каналу . . . . .	148
3.5.2	Преливање преко широког прага . . . . .	153
3.5.3	Мостовско сужење . . . . . . . . . . .	159
3.5.4	Сужење у каналу намењено мерењу протока . . . . . . . . . . .	168
3.5.5	Преливање преко оштроивичног прелива	172
3.5.6	Преливи за мерење протока . . . . . . . . . . .	174
3.5.7	Прелив практичног профилда . . . . . . . . . . .	182
3.5.8	Прелив са слапиштем . . . . . . . . . . .	184
3.5.9	Кружни прелив . . . . . . . . . . .	194
3.5.10	Бочни прелив . . . . . . . . . . .	206
3.5.11	Прелив са ски одскоком . . . . . . . . . . .	220
3.5.12	Прелив са степенастим брзотоком . . . . .	225
3.5.13	Сифонски прелив . . . . . . . . . . .	232
3.5.14	Хидраулички модели објекта за евакуацију великих вода . . . . . . . . . . .	237
<b>4</b>	<b>Струјање у порозној средини</b>	<b>243</b>
4.1	Основни појмови . . . . . . . . . . .	243
4.2	Дарсијев закон филтрације . . . . . . . . . . .	247
4.2.1	Експериментално утврђивање вредности коефицијента филтрације . . . . . . . . . . .	247
4.2.2	Основне једначине . . . . . . . . . . .	249

4.2.3	Физичко тумачење Дарсијевог кофицијента $K$ . . . . .	251
4.2.4	Уопштавање Дарсијевог закона и границе његове важности . . . . .	253
4.3	Примена Дарсијевог закона филтрације на једнодимензионална струјања . . . . .	255
4.3.1	Струјање под притиском . . . . .	255
4.3.2	Струјање са слободном површином воде	263
4.4	Потенцијално струјање . . . . .	270
4.4.1	Физичко тумачење услова потенцијалног струјања . . . . .	271
4.4.2	Струјна функција $\psi$ . . . . .	275
4.4.3	Потенцијал брзине $\phi$ . . . . .	278
4.4.4	Везе између струјне функције и потенцијала брзине . . . . .	279
4.4.5	Физичко тумачење функција $\phi$ и $\psi$ . . . . .	281
4.4.6	Слагање потенцијалних струјања . . . . .	284
4.4.7	Комплексни потенцијал и комплексна брзина . . . . .	286
4.4.8	Комплексни потенцијал основних струјања . . . . .	288
4.4.9	Комплексни потенцијал збирних струјања . . . . .	297
4.5	Филтрација кроз насуту брану . . . . .	327
4.5.1	Основни појмови . . . . .	327
4.5.2	Мере за смањење штетних последица филтрације кроз насуту брану . . . . .	328
4.5.3	Раванско струјање са слободном површином према дрену . . . . .	329
4.5.4	Раванско струјање у насutoј брани са хоризонталним дреном . . . . .	334
4.5.5	Раванско струјање у насutoј брани са слабопропусним језгром . . . . .	336
4.6	Суфозија и флуидизација . . . . .	337
<b>Литература</b>		<b>343</b>
<b>Индекс</b>		<b>347</b>

# Поглавље 1

## Основе

У овом Поглављу наводе се основни појмови и законитости механике флуида, које се користе у наредним поглављима. Претпоставља се да је предмет разматрања познат, па се неке од дефиниција и доказа у извођењима дају у скраћеном облику. За разјашњавање евентуалних нејасноћа могу се користити [16, 33, 13].

### 1.1 Основни хидраулички појмови

#### 1.1.1 Маса, густина, стишљив и нестишљив флуид

Маса је својство материје. Просечна густина флуида,  $\rho_{\text{прос}}$ , је:

$$\rho_{\text{прос}} = \frac{m}{V}, \quad (1.1)$$

где је  $m$  маса флуида, а  $V$  коначна запремина коју та маса заузима.

На сличан начин густина флуида у тачки,  $\rho$ , је:

$$\rho = \lim_{\Delta V \rightarrow 0} \frac{\Delta m}{\Delta V} = \frac{dm}{dV}. \quad (1.2)$$

Ако је *флуид нестишљив* густина не зависи од притиска и

онда<sup>1</sup> важи:

$$\rho = \text{const.} \quad (1.3)$$

Димензија за густину је:

$$[\rho] = M L^{-3}.$$

За воду, при температури  $t = 4^\circ\text{C}$ , густина је  $\rho \approx 1000 \text{ kg/m}^3$ . Сматра се да је вода нестишљива, осим при разматрању хидрауличког удара (неустаљеног струјања у цевима). Ваздух се сматра да је нестишљив све док брзина кретања ваздуха није већа од  $1/4$  брзине кретања звука у ваздуху (око  $300 \text{ km/час}$ ). Да ли ће се флуид сматрати стишљивим, или не, зависи од проблема који се решава.

### 1.1.2 Основна једначина хидростатике

Хидростатика је део механике флуида који разматра флуиде у миру. Претпоставља се да се флуид, или суд и флуид у њему, не крећу. Због тога се између флуидних делића не могу јавити тангенцијални напони, већ само сферни део нормалног напона – *притисак*. Све површинске силе у хидростатици су нормалне на чврсте границе и не зависе од вискозности флуида.

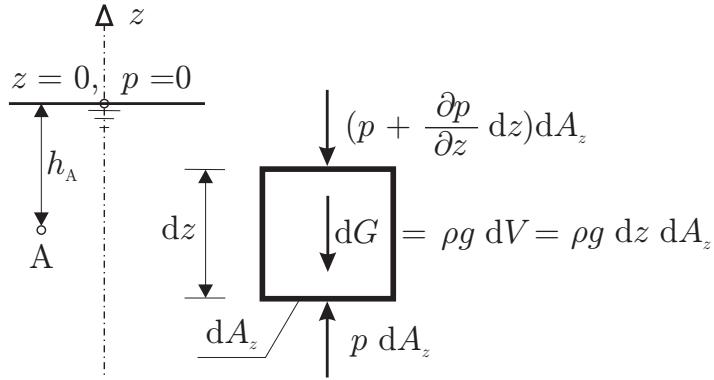
На слици 1.1 приказана је елементарна запремина флуида (флуидни делић), која се налази на дубини  $h_A$  од слободне површине флуида, на којој је координатни почетак  $z = 0$ . Претпоставља се да је густина флуида константна ( $\rho = \text{const}$ ). Пошто флуид мирује, од запреминских сила делује само тежина, у смеру супротном од позитивног смера вертикалне осе  $z$ . Из истих разлога постоје само нормални напони – *притисак*  $p$ , а тангенцијалних (смичућих) напона нема.

Динамичка једначина, за позитиван смер вертикалне осе  $z$ , је:

$$p dA_z - \left( p + \frac{\partial p}{\partial z} dz \right) dA_z - \rho g dz dA_z = 0, \quad (1.4)$$

---

<sup>1</sup>Све једначине у тексту које су важне су уоквирене.



Слика 1.1: Силе на елементарну запремину,  $dV$ , на дубини  $h_A$ , флуида који мирује.

где је  $g$  гравитационо убрзање,  $\rho g dz dA_z$  тежина елементарне запремине флуида (запреминска сила), а  $p dA_z - [p + (\partial p / \partial z) dz] dA_z$  разлика површинских сила на доњу и горњу површину елементарне запремине  $dV$ .

Из једначине (1.4) добија се:

$$\frac{\partial p}{\partial z} dz dA_z + \rho g dz dA_z = 0,$$

што дељењем са  $dz dA_z$  даје:

$$\frac{\partial p}{\partial z} + \rho g = 0. \quad (1.5)$$

За ортогоналне правце у хоризонталној равни,  $x$  и  $y$ , могу се такође написати динамичке једначине. Пошто у хоризонталној равни нема запреминских сила динамичке једначине су:

$$\frac{\partial p}{\partial x} = 0, \quad (1.6)$$

$$\frac{\partial p}{\partial y} = 0. \quad (1.7)$$

Ако важе једначине (1.6) и (1.7) притисак,  $p$ , се не мења у хоризонталној равни, па се парцијална диференцијална је-