

Ćemal Dolićanin, Neda Bokan, Dragoslav Kuzmanović

# **Odabrana poglavlja iz matematike**

Akademska misao  
Beograd 2018.

Ćemal Dolićanin, Neda Bokan, Dragoslav Kuzmanović

## **ODABRANA POGLAVLJA IZ MATEMATIKE**

Recenzenti

Dr Miodrag Perović

redovni profesor Prirodno-matematičkog fakulteta Univerziteta u Podgorici

Dr Stojan Radenović

redovni profesor Mašinskog fakulteta Univerziteta u Beogradu

Dr Ljubica Velimirović,

redovni profesor Prirodno-matematičkog fakulteta Univerziteta u Nišu

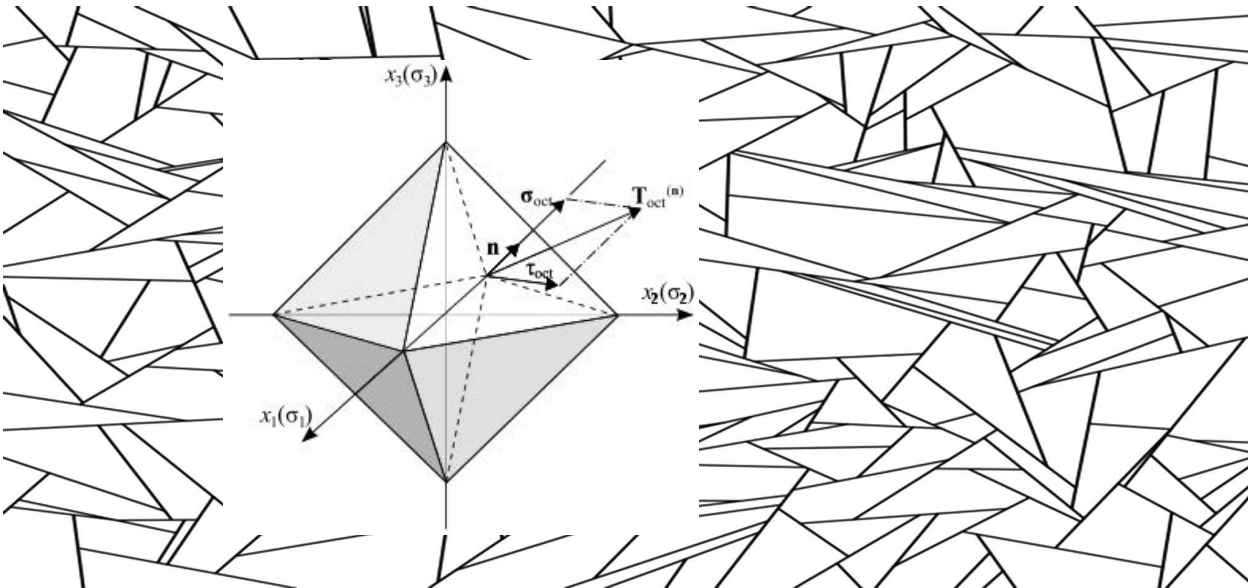
Izdaje i štampa

Akademski misao, Beograd

Tiraž

200 primeraka

ISBN 978-86-7466-736-1



## Sadržaj

### Predgovor

I

### Elementi teorije vektorskih prostora i linearnih operatora

1	Vektorski prostori i potprostori .....	13
1.1	Definicija vektorskog prostora	13
1.2	Osnovna svojstva vektorskog prostora	15
1.3	Vektorski prostor i linearni omotač skupa vektora. Zbir i presek potprostora	17
1.4	Linearna zavisnost vektora. Baza i dimenzija vektorskog prostora	20
1.5	Transformacija koordinata vektora pri prelazu iz baze u bazu	24
1.6	Euklidski vektorski prostor	27

<b>2</b>	<b>Linearni operatori</b> .....	<b>35</b>
2.1	Definicija linearnog operatora. Skup vrednosti i jezgro linearnog operatora	35
2.2	Matrica linearnog operatora u zadatoj bazi	36
2.3	Linearne operacije sa linearnim operatorima	40
2.4	Množenje operatora	42
2.5	Inverzni operator	44
2.6	Vektorski prostor tenzora	47

## **II Izomorfizam linearnih i afinih prostora**

<b>3</b>	<b>Izomorfizam linearnih i afinih prostora</b> .....	<b>53</b>
3.1	Izomorfizam linearnih prostora	53
3.2	Afini i pseudoeuclidski prostor. Izomorfizam afinih prostora	55
3.2.1	Afini prostor .....	55
3.2.2	Izomorfizam afinih prostora .....	57
3.2.3	Pseudoeuclidski prostor .....	59

## **III Elementi teorije realnih funkcija jedne i više promenljivih**

<b>4</b>	<b>Pojam implicitne funkcije. Osnovne teoreme</b> .....	<b>67</b>
4.1	Pojam implicitne funkcije	67
4.2	Neke osnovne teoreme o implicitnim funkcijama	68
<b>5</b>	<b>Preslikavanja. Jakobijani</b> .....	<b>75</b>
5.1	Sistem funkcija. Jakobijani	75
5.2	Jakobijani diferencijabilnih preslikavanja	78

## **IV Opšti pojmovi geometrije**

<b>6</b>	<b>Koordinatni sistemi</b> .....	<b>87</b>
6.1	Motivacija	87
6.2	Dekartove i krivolinijske koordinate	91
6.3	Primeri krivolinijskih sistema koordinata	96

<b>7</b>	<b>Dužina krive u krivolinijskom sistemu koordinata</b> .....	<b>103</b>
7.1	Dužina krive u Dekartovom sistemu koordinata	103
7.2	Dužina krive u krivolinijskom sistemu koordinata	107
7.3	Rimanova metrika u oblasti euklidskog prostora	111

## **V Uvod u diferencijalnu geometriju**

<b>8</b>	<b>Teorija krivih u euklidskom prostoru</b> .....	<b>119</b>
8.1	Teorija krivih u ravni. Freneove formule	119
8.2	Teorija prostornih krivih	127
<b>9</b>	<b>Površni u prostoru <math>\mathbb{E}^3</math></b> .....	<b>133</b>
9.1	Pojam glatke regularne površi	133
9.2	Površni. Krive na površi	139
9.3	Tangentna ravan i vektor normale površi	142
9.4	Dužina krive na površi. Prva kvadratna forma. Površina površi	144
9.5	Druga kvadratna forma površi	146
9.6	Krivina krive na površi. Geodezijska linija	148
9.7	Minimalne površi	150

## **VI Tenzorski račun i Rimanova geometrija**

<b>10</b>	<b>Glatke mnogostrukosti</b> .....	<b>155</b>
10.1	Osnovne definicije	155
10.2	Funkcije prelaska. Definicija glatke mnogostrukosti	159
10.3	Glatka preslikavanja. Difeomeorfizmi	163
10.4	Mnogostrukosti koje su zadate jednačinama	164
<b>11</b>	<b>Tangentni prostor</b> .....	<b>169</b>
11.1	Neki primeri	169
11.2	Opšta definicija tangentnog vektora	174
11.3	Tangentni prostor $T_{P_0}(\mathbb{M})$	175
11.4	Krive koje se dodiruju	176
11.5	Izvod funkcije u pravcu	177

<b>12</b>	<b>Tenzorska analiza na mnogostrukostima</b> .....	<b>181</b>
12.1	Tenzorska polja na mnogostrukostima	181
12.2	Primeri tenzorskih polja	185
12.3	Algebarske operacije s tenzorima	188
12.4	Kososimetrični tenzori	191
12.5	Zapremina oblasti	193
12.6	Povezanost i kovarijantno diferenciranje	197
12.7	Osnovni pojmovi vektorske analize u Rimanovom prostoru	205

## **VII Klasična i relativistička mehanika**

<b>13</b>	<b>Klasična mehanika</b> .....	<b>217</b>
13.1	Osnovni pojmovi	217
13.2	Njutnovi zakoni	219
13.3	Jednačine kretanja čestica. Rad. Energija	221
13.4	Inercijalni i neinercijalni koordinatni sistemi	224
<b>14</b>	<b>Relativistička mehanika</b> .....	<b>229</b>
14.1	Invarijantnost fizičkih zakona	229
14.2	Specijalna teorija relativnosti	230
14.3	Sopstvene ili lokalne koordinate	234
14.4	Ajnštajnova jednačina energije	236
	<b>Literatura</b> .....	<b>239</b>
	<b>Registar pojmova</b> .....	<b>245</b>