

METODE REŠAVANJA ZADATAKA STABILNOSTI

1. TEORIJA KONAČNIH DEFORMACIJA I TEORIJA DRUGOG REDA	1
1.1. Osnovne pretpostavke teorije konačnih deformacija	1
1.2. Osnovne jednačine teorije konačnih deformacija	3
1.2.2. Teorija drugog reda	7
1.3. Euler-ov slučaj izvijanja konzolnog štapa	11
1.4. Izvijanje pritisnutog konzolnog štapa - rešenje povećane tačnosti	14
1.5. Tačno rešenje izvijanja pritisnutog štapa	17
1.6. Veza između sile pritiska i ugla kraja konzolnog štapa	21
1.7. Ekscentrično pritisnuti konzolni štap	26
1.8. Zglavkasto oslonjen pritisnuti štap opterećen poprečnom silom u sredini raspona	32
1.9. Ekscentrično pritisnuti štap sa slabo zakrivljenom osom	50
2. METODE ANALIZE STABILNOSTI ELASTIČNIH ŠTAPOVA	56
2.1. Metode analize stabilnosti elastičnih štapova	56
2.2. Metoda bliskih ravnotežnih konfiguracija i njena veza sa teorijom bifurkacija	61
2.2.1. Analitička formulacija metode bliskih ravnotežnih stanja	61
2.2.2. Teorija bifurkacija nelinearnog spektralnog problema	65
2.2.3. Stabilnost pravolinijskog štapa pri različitim graničnim uslovima	74
2.2.4. Stabilnost štapa sa elastičnim medjuosloncem	85
2.2.5. Konzolni štap konstantnog poprečnog preseka opterećen skokovito promenljivom aksijalnom silom	92
2.2.6. Konzolni štap skokovito promenljivog poprečnog preseka	96
2.2.7. Stabilnost teškog vertikalnog štapa	99
2.2.8. Stabilnost štapa promenljivog poprečnog preseka	105
2.3. Energetske metode rešavanja zadataka stabilnosti	117
2.3.1. Opšte napomene	117
2.3.2. Princip virtualnih pomeranja i princip virtualnih sila	119

2.3.3. Potencijalna energija deformacije nosača	124
2.3.4. Teorema o minimumu energije pri varijaciji pomeranja	128
2.3.5. Teorema o minimumu energije pri varijaciji sila	231
2.3.6. Energetski kriterijum stabilnih, labilnih i indiferentnih ravnotežnih stanja	133
2.3.7. Analogija sa stabilnošću položaja kuglice na različitim površinama	138
2.3.8. Primena energetske metode	140
2.4. Približne metode određivanja kritičnih opterećenja	160
2.4.1. Opšte napomene	160
2.4.2. Metode sukcesivnih aproksimacija	162
2.4.3. Ritzov postupak	177
2.4.4. Galjerkinov postupak	185
2.4.4.4. Timošenkov energetski postupak	189
2.4.5. Gornje i donje granice najmanjih sopstvenih vrednosti	197
2.4.6. Metoda integralnih jednačina	201
2.4.6.1. Integralne jednačine	201
2.4.6.2. Iterativno rešenje integralne jednačine	206
2.4.6.3. Postupak sa ugibima	207
2.4.6.4. Primena Hajdinovog numeričkog postupka	218
2.4.7. Metoda konačnih elemenata	230
2.5. Dinamička metoda analize problema stabilnosti	257
2.5.1. Uvod	257
2.5.2. Postupci dinamičke analize problema stabilnosti	266
2.5.2.1. Dinamička definicija stabilnosti	266
2.5.2.2. Analiza rešenja diferencijalnih jednačina kretanja	267
2.5.3. Brojni primeri	275
3. STABILNOST ŠTAPOVA NAPREGNUGIH	297
3.1. Uvod	297
3.1.1. Osobine materijala	297
3.1.2. Otpornost poprečnog preseka	300
3.1.3. Plasto-statička granična nosivost ekscentrično pritisnutog štapa	307
3.2. Svojstva čvrstoće i svojstva deformabilnosti građevinskih materijala	311
3.2.1. Građevinski čelici Č0370 i Č0562	311
3.2.2. Građevinski čelici finog zrna	313

3.2.3. Aluminiјum	314
3.2.4. Betonski čelici i čelici za prednaprezanje	316
3.2.5. Armirani beton	317
3.2.6. Drvo	320
3.3. Imperfekcije	322
3.3.1. Spoljašnje i unutrašnje imperfekcije	322
3.3.2. Sopstveni naponi	323
3.4. Nosivost štapova kod izvijanja centričnom silom pritiska	326
3.4.1. Naponi izvijanja u elastičnom području	326
3.4.2. Engesser-Karmanovi naponi izvijanja	327
3.4.3. Enger-Shanley-evi naponi izvijanja	337
3.4.3. Uticaj sopstvenih napona na napone izvijanja	340
3.4.4. Redukovani grafik napon izvijanja-vitkost	344
3.5. Granična nosivost ekscentrično pritisnutih štapova	346
3.5.1. Osnovni elementi proračuna graničnog opterećenja	346
3.5.1.1. Veze između momenata i krivina	346
3.5.1.2. Grafička integracija diferencijalne jednačine elastične linije štapa	351
3.5.1.3. Postupak proračuna THIERAUF-SHEN-a	353
3.5.1.4. Proračunski postupak MARINČEK-a	355
3.5.2. Elasto-statičko granično opterećenje ekscentrično pritisnutog čeličnog štapa	358
3.5.3. Plasto-statično granično opterećenje ekscentrično pritisnutog čeličnog štapa	362
3.5.3.1. JEŽEK-ovo rešenje	362
3.5.3.2. Dokazi dozvoljenih napona prema ω -postupku	374
3.5.3.3. Postupak za dimenzionisanje štapova sa projektovanom ekscentričnošću sile pritiska	279
3.6. Primena koncepta imperfekcija na kontrolu stabilnosti čeličnih štapova	385
3.6.1. Centrično pritisnuti štapovi sa neželjenim geometrijskim imperfekcijama	385
3.6.2. Konstrukcija krivih $N-\lambda$ za određivanje graničnog opterećenja	
3.6.2.1. Uvod	
3.6.2.2. Krive izvijanja centrično pritisnutih štapova prema rešenju H.Beer-a i G.Schulz-a	
3.6.2.3. Djalaly-ovo rešenje izvijanja štapa	
3.6.2.4. Primena krivih izvijanja za kontrolu stabilnosti štapova sa projektovanom pravolinijskom osom i centričnim nanošenjem sile pritiska	

P r e d g o v o r

U ovoj knjizi je obrađeno ono gradivo iz predmeta Stabilnosti konstrukcija, koje sam izlagao studentima posle diplomске nastave kako na Građevinskom fakultetu u Beogradu tako i na Institutu za industrijsku gradnju Fakulteta tehničkih nauka u Novom Sadu.

Knjiga sadrži tri dela. U prvom delu se izlaže teorija konačnih deformacija štapa kao i teorija drugog reda tako da predstavlja uvod u složenu materiju stabilnosti. Posle izlaganja osnovnih pretpostavki i izvođenja jednačina teorije konačnih deformacija i jednačina teorije drugog reda prikazana su rešenja izvijanja konzolnog štapa određena prema linearizovanoj teoriji drugog reda, prema teoriji povećane tačnosti, kao i prema teoriji konačnih deformacija. Takođe su prikazana i rešenja za ugibe proste grede opterećene silom pritiska kao i poprečnom silom uz primenu diferencijalnih jednačina različite tačnosti.

U drugom delu knjige izlažu se različite metode analize elastične stabilnosti štapova kao što su:

- Energetske metode
- Klasične približne metode
- Metoda konačnih elemenata
- Dinamičke metode

Pri izlaganju metode bliskih ravnotežnih konfiguracija (statička metoda) posebna pažnja je posvećena njenoj vezi sa rešenjima teorije bifurkacije nelinearnog spektralnog problema.

Pored detaljnog izlaganja energetske metode obrađen je i niz približnih metoda za određivanje kritičnih opterećenja (metoda sukcesivnih aproksimacija, varijacione metode, metode integralnih jednačina kao i metoda konačnih elemenata). Na kraju drugog dela knjige izložena je i dinamička metoda analize složenijih zadataka stabilnosti.

U trećem delu knjige prikazana su rešenja zadataka stabilnosti pritisnutih štapova napregnutih iznad granice proporcionalnosti napona i dilatacija. Najpre su prikazane osobine materijala, zatim otpornost poprečnog preseka i na kraju plasto-statička granična nosivost ekscentrično napregnutog štapa. Analizirana su svojstva čvrstoće i deformabilnosti raznih građevinskih materijala kao i uticaj geometrijskih i strukturnih imperfekcija štapa na njegovu graničnu nosivost. Na kraju trećeg dela knjige obrađena je primena koncepta imperfekcija na konstrukciju krivih izvijanja čeličnih štapova sa projektovanim centričnim aksijalnim opterećenjem. Izloženi su postupci za konstrukciju krivih izvijanja prema rešenju H. Beer-a i G. Schulz-a, kao i prema rešenju Djalaly-a.

Ova knjiga može korisno poslužiti studentima redovne i posle diplomске nastave, kao i svim građevinskim i mašinskim inženjerima koji se bave čeličnim konstrukcijama. Autor će sa zahvalnošću primiti sve opravdane primedbe čitalaca na nedostatke ove knjige, kao i sugestije za njeno poboljšanje.

Autor se posebno zahvaljuje recenzentima ove knjige akademiku dr Nikoli Hajdinu i dr Vlatku Brčiću, redovnim profesorima Građevinskog fakulteta u Beogradu na nizu korisnih saveta i sugestija za poboljšanje ove knjige.

Beograd, april 1994.

Autor
Dr Slavko Ranković
profesor Građevinskog
fakulteta u Beogradu