

Петар Матић

Ђорђе Лекић

ЕЛЕКТРИЧНЕ МАШИНЕ

Збирка ријешених задатака
са студентског такмичења Електријада

Бања Лука

2018.

Петар Матић, Ђорђе Лекић

ЕЛЕКТРИЧНЕ МАШИНЕ - Збирка ријешених задатака са студентског такмичења Електријада

Рецензенти:

Проф. др Слободан Н. Вукосавић
Електротехнички факултет, Београд

Проф. др Веран Васић
Факултет техничких наука, Нови Сад

Лектор:
Антонела Плиснић

Издавач:
Електротехнички факултет, Бања Лука
Академска мисао, Београд

Штампа:
Академска мисао, Београд

Корице:
Академска мисао, Београд

Тираж:
200 примјерака

CIP - Каталогизација у публикацији
Народна и универзитетска библиотека
Републике Српске, Бања Лука

621.313/.314(075.8)(076)

МАТИЋ, Петар, 1974-

Електричне машине : збирка ријешених задатака са студентског такмичења Електријада / Петар Матић, Ђорђе Лекић. - 1. изд. - Бања Лука : Универзитет у Бањој Луци, Електротехнички факултет ; Београд : Академска мисао, 2018 (Београд : Академска мисао). - 187 стр. : табеле, граф. прикази ; 25 cm

Тираж 200. - "Ова збирка садржи ријешене задатке са међународних такмичења из Електричних машина студената електротехнике - Електријада, одржаних у периоду 2002-2018. године"--> предговор. - Библиографија: стр. 185-186.

ISBN 978-99955-46-31-1 (Електротехнички факултет)

1. Лекић, Ђорђе [аутор], 1990-

COBISS.RS-ID 7706648

© Академска мисао и Електротехнички факултет Универзитета у Бањој Луци, 2018.

Сва права задржана. Није дозвољено да било који дио ове књиге буде снимљен, емитован или репродукован на било који начин, укључујући, али не ограничавајући се на фотокопирање, фотографију, магнетни или било који други вид записа, без претходне дозволе издавача.

ПРЕДГОВОР

Ова Збирка садржи ријешене задатке са међународних такмичења из Електричних машина студената електротехнике – Електријада, одржаних у периоду 2002-2018. године.

Почевши од 2002. године организација такмичења у знању на Електријади повјерена је менторима такмичења, који самостално, или уз помоћ одабраних колега, припремају такмичарске задатке. Тако је менторство на такмичењу из Електричних машина повјерено Електротехничком факултету у Бањој Луци, односно ауторима ове Збирке. У Збирци се, осим задатака који су приредили сами аутори, налазе и задаци у чијем приређивању су учествовале колеге са других факултета: Веран Васић и Евгеније Ацић са Факултета техничких наука у Новом Саду, Милан Радић са Електронског факултета у Нишу, Жељко Ђуришић, Милован Милошевић и Младен Терзић са Електротехничког факултета у Београду, те Стјепан Стипетић са Факултета електротехнике и рачунарства у Загребу. Овом приликом захваљујемо наведеним колегама како на помоћи у приређивању задатака, тако и на сагласности да и њихови задаци буду дио ове Збирке.

Програм такмичења у знању из Електричних машина на Електријади дат је у прилогу Збирке. Он садржи четири области: трансформаторе (ТР), машине једносмјерне струје (МЈС), асинхроне машине (АМ) и синхроне машине (СМ). Ментори такмичења имају дискреционо право да одреде тип и укупан број задатака који се раде на такмичењу, уважавајући мишљења руководиоца екипа и водећи рачуна о томе да све области буду подједнако заступљене. Тако су на већини такмичења задавана по четири задатка, односно по један задатак из сваке наведене области. Ипак, на неким такмичењима задавана су и по два задатка из сваке области, заједно са комбинованим задацима из неколико области (КОМБ).

Приређивање задатака за такмичење представља изазов, јер осим што задаци морају да буду оригинални и да прате Програм такмичења, они треба да буду прилагођени наставним плановима и програмима различитих електротехничких факултета. Због тога је, при приређивању задатака, усвојен приступ да за њихово рјешавање буду потребна само кључна знања, заједничка за све електротехничке факултете који учествују на такмичењу.

Иако се у Збирци налазе такмичарски задаци, њихов ниво и тежина одговарају уобичајеним испитним задацима, јер се идеје задатака са Електријада уобичајено појављују у испитним задацима на многим факултетима. Због тога вјерујемо да ће ова Збирка, осим за припремање за такмичење, студентима користити и као помоћни уџбеник за припремање за полагање испита. Велики број задатака заснован је на конкретним проблемима из инжењерске праксе, тако да Збирка може да буде корисна и осталим заинтересованим који желе да се упусте у рјешавање сложенијих проблема из Електричних машина.

Рјешења задатака датих у Збирци више пута су провјерена и потврђена примјеном различитих начина рјешавања и одговарајућих рачунарских програма. Међутим, ипак је могуће да су нам се поткрале неке нејасноће или ситније грешке. Због тога позивамо све читаоце да нам доставе своје примједбе, коментаре и сугестије у вези са квалитетом Збирке.

Желимо да захвалимо координаторима такмичења и свим менторима научних дисциплина на претходним Електријадама на подршци за издавање овакве Збирке. Надамо се да ће Збирка послужити као инспирација за припрему збирки и из осталих такмичења у знању на Електријади. Захваљујемо својим колегама са Катедре за електроенергетику Електротехничког факултета у Бањој Луци: Чедомиру Зељковићу, Предрагу Мршићу, Бојану Ерцегу и Немањи Китићу на помоћи при техничкој припреми збирке. Посебно захваљујемо лектору, Антонели Плиснић, на пажљивом читању и корекцијама текста.

Коначно, захваљујемо рецензентима, проф. др Слободану Вукосавићу и проф. др Верану Васићу, на читању рукописа и корисним сугестијама.

САДРЖАЈ

ЕЛЕКТРИЈАДА 2002.....	5
ЕЛЕКТРИЈАДА 2003.....	14
ЕЛЕКТРИЈАДА 2004.....	20
ЕЛЕКТРИЈАДА 2005.....	28
ЕЛЕКТРИЈАДА 2006.....	35
ЕЛЕКТРИЈАДА 2007.....	45
ЕЛЕКТРИЈАДА 2008.....	56
ЕЛЕКТРИЈАДА 2009.....	66
ЕЛЕКТРИЈАДА 2010.....	74
ЕЛЕКТРИЈАДА 2011.....	83
ЕЛЕКТРИЈАДА 2012.....	97
ЕЛЕКТРИЈАДА 2013.....	108
ЕЛЕКТРИЈАДА 2014.....	122
ЕЛЕКТРИЈАДА 2015.....	134
ЕЛЕКТРИЈАДА 2016.....	149
ЕЛЕКТРИЈАДА 2017.....	162
ЕЛЕКТРИЈАДА 2018.....	173
ЛИТЕРАТУРА.....	185
ПРОГРАМ ТАКМИЧЕЊА.....	187

ЕЛЕКТРИЈАДА 2002

ТР: Монофазни трансформатор номиналне снаге 50 MVA и учестаности 60 Hz има преносни однос 8 kV/78 kV. У огледу празног хода при напону од 8 kV на нисконапонској страни измјерена је струја од 61,9 А и снага од 103 kW. У огледу кратког споја на нисконапонској страни измјерена је струја од 6,25 kA, при напону од 650 V, а снага кратког споја је 103 kW. Ако је овај трансформатор превезан као аутотрансформатор, одредити:

а) Преносни однос аутотрансформатора, номиналну снагу, као и однос привидних снага пренесених кондукцијом и индукцијом.

б) Степен искоришћења снаге аутотрансформатора када је номинално оптерећен уз јединични фактор снаге.

НАПОМЕНА: Монофазни трансформатор је тако превезан у аутотрансформатор да се добије максимално могућа пренесена снага.

МЈС: Мотор једносмјерне струје са независном побудом и подацима 20 kW и 220 V има губитке празног хода од 1300 W, док при номиналном оптерећењу губици у арматури и по-моћним половима износе 1700 W. Губици на прелазу струје преко колектора износе 200 W.

Одредити оптерећење при коме мотор има максималан степен искоришћења снаге, као и вриједност максималног степена искоришћења снаге.

АМ: Трофазни четворополни асинхрони мотор у спрези звијезда има номинални фазни напон 220 V и учестаност 60 Hz. Номинална вриједност превалног момента је $M_{prn} = 2,5M_n$ а номинално превално клизање је $s_{prn} = 14\%$. Отпорност статора је могуће занемарити.

а) Одредити вриједност превалног момента мотора ако је линијски напон статора $U_1 = 312$ V и учестаност $f_1 = 50$ Hz. Колико је превално клизање и механичка брзина обраћања вратила мотора која одговара максималној вриједности момента при овим вриједностима напона и учестаности?

б) Напон статора је номиналан при учестаности $f_2 = 75$ Hz. Колико износи клизање при наведеној учестаности напајања ако је моменат оптерећења $0,4M_n$?

СМ: Колико износи максимално могућа излазна снага синхроног генератора са истуреним половима, када ради као мотор са номиналним напоном напајања, али без побуде? Синхроне реактансе износе $x_d = 0,85$ г.ј. и $x_q = 0,6$ г.ј. За овај радни режим израчунати струју статора у релативним јединицама.

Веран В. Васић, ФТН Нови Сад

РЈЕШЕЊА ЗАДАТАКА СА ЕЛЕКТРИЈАДЕ 2002

ТР: Монофазни трансформатор номиналне снаге 50 MVA и учестаности 60 Hz има преносни однос 8 kV/78 kV. У огледу празног хода при напону од 8 kV на нисконапонској страни измјерена је струја од 61,9 A и снага од 103 kW. У огледу кратког споја на нисконапонској страни измјерена је струја од 6,25 kA, при напону од 650 V, а снага кратког споја је 103 kW. Ако је овај трансформатор превезан као аутотрансформатор, одредити:

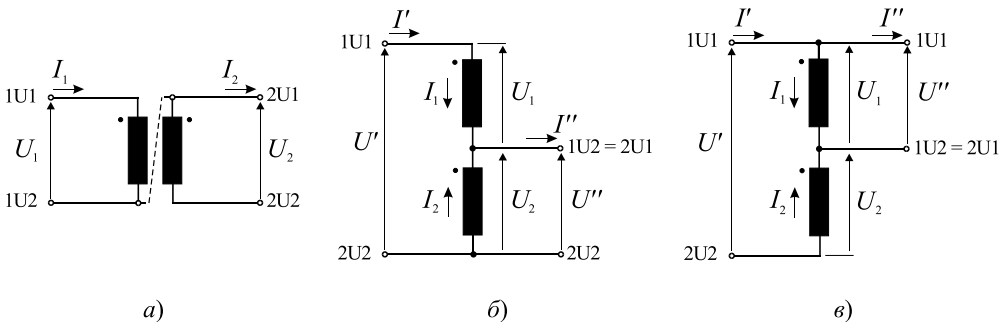
а) Преносни однос аутотрансформатора, номиналну снагу, као и однос привидних снага пренесених кондукцијом и индукцијом.

б) Степен искоришћења снаге аутотрансформатора када је номинално оптерећен уз јединични фактор снаге.

НАПОМЕНА: Монофазни трансформатор је тако превезан у аутотрансформатор да се добије максимално могућа пренесена снага.

Рјешење:

а) Двонамотајни монофазни трансформатор снаге S_T , преносног односа $m_T = U_1/U_2$ превезује се у аутотрансформатор снаге S_{AT} тако што се намотаји повежу на ред. На тај начин, напон једне стране биће једнак збиру номиналних напона двонамотајног трансформатора ($U_1 + U_2$), док напон друге стране може да буде или номинални напон примара (U_1), или номинални напон секундара (U_2) двонамотајног трансформатора. Такве начине везивања називамо Тип I и Тип II, како је приказано на слици 1-1.



Слика 1-1. а) монофазни трансформатор превезан да ради као аутотрансформатор, б) Тип I и в) Тип II

Преносни односи и снаге аутотрансформатора за оба типа су:

$$m_{AT}^I = \frac{U'}{U''} = \frac{U_1 + U_2}{U_2} = 1 + m_T,$$

$$S_{AT}^I = U'I' = (U_1 + U_2)I_1 = \left(1 + \frac{1}{m_T}\right) S_T,$$

$$m_{AT}^{II} = \frac{U'}{U''} = \frac{U_1 + U_2}{U_1} = \frac{1 + m_T}{m_T},$$

$$S_{AT}^{II} = U'I' = (U_1 + U_2)I_2 = (1 + m_T) S_T.$$

Према услови задатка, аутотрансформатор је превезан тако да се добије максимално могућа пренесена снага. Пошто је:

$$m_T = \frac{U_1}{U_2} = \frac{8 \text{ kV}}{78 \text{ kV}} < 1 \Rightarrow S'_{AT} > S''_{AT},$$

трансформатор је везан у Тип I, па су његов преносни однос и пролазна снага:

$$m'_{AT} = \frac{U_1 + U_2}{U_2} = \frac{8 + 78 \text{ kV}}{78 \text{ kV}} = \boxed{\frac{86 \text{ kV}}{78 \text{ kV}}},$$

$$S'_{AT} = \left(1 + \frac{1}{m_T}\right) S_T = \left(1 + \frac{1}{8 \text{ kV}/78 \text{ kV}}\right) \cdot 50 \cdot 10^6 = \boxed{537,5 \text{ MVA}}.$$

Снага коју аутотрансформатор преноси кондукцијом једнака је разлици снаге ауотрансформатора (пролазне снаге S_{AT}) и снаге двонамотајног трансформатора (типске снаге S_T), док индукцијом преноси снагу S_T . Тада је:

$$\frac{S_{AT} - S_T}{S_T} = \frac{537 - 50 \text{ MVA}}{50 \text{ MVA}} = \boxed{9,75}.$$

б) Превезивањем двонамотајног трансформатора у аутотрансформатор губици у гвожђу и бакру се не мијењају, па је степен искоришћења снаге аутотрансформатора:

$$\eta_{AT} = \frac{S_{AT} \cos \varphi}{S_{AT} \cos \varphi + P_{Fe} + P_{Cu}} = \frac{537 \cdot 10^6 \cdot 1}{537 \cdot 10^6 \cdot 1 + 103 \cdot 10^3 + 103 \cdot 10^3} = \boxed{99,96 \%}.$$

НАПОМЕНА: До истог закључка о преносу максималне снаге при превезивању може се доћи посматрањем односа снаге аутотрансформатора и одговарајућег двонамотајног трансформатора:

$$\frac{S_{AT}}{S_T} = \frac{m_{AT}}{m_{AT} - 1}.$$

Да би дати однос био што већи, потребно је да преносни однос аутотрансформатора буде што ближи јединици, одакле се закључује да је $m_{AT} = 86 \text{ kV}/78 \text{ kV}$. Такође, из истог израза може се доћи до привидне снаге аутотрансформатора:

$$S_{AT} = S_T \frac{m_{AT}}{m_{AT} - 1} = 50 \cdot 10^6 \cdot \frac{86/78}{86/78 - 1} = 537,5 \text{ MVA}.$$

МЈС: Мотор једносмјерне струје са независном побудом и подацима 20 kW и 220 V има губитке празног хода од 1300 W, док при номиналном оптерећењу губици у арматури и помоћним половима износе 1700 W. Губици на прелазу струје преко колектора износе 200 W.

Одредити оптерећење при коме мотор има максималан степен искоришћења снаге, као и вриједност максималног степена искоришћења снаге.

Рјешење:

Код машина једносмјерне струје максимални степен искоришћења снаге настаје у режиму у којем су губици који не зависе од оптерећења једнаки губицима који зависе од квадрата оптерећења. Моменат мотора је пропорционалан струји арматуре, а пошто је брзина обртања константна, он је уједно пропорционалан и излазној механичкој снази.

Означимо релативно оптерећење као однос струје арматуре према номиналној струји:

$$\beta = \frac{I_a}{I_{an}}.$$

Излазна снага пропорционална је релативном оптерећењу:

$$P_m = \beta P_n.$$

Губици у бакру арматуре и помоћних полова зависе од квадрата струје:

$$P_{Cu} = \beta^2 P_{Cun},$$

док су губици на прелазу струје преко колектора (губици на четкицама), због константног пада напона на четкицама, пропорционални струји арматуре:

$$P_{\dot{c}et} = \beta P_{\dot{c}etn}.$$

Губици који не зависе од оптерећења су губици празног хода:

$$P_0 = \text{const.}$$

Када се све наведене снаге уврсте у израз за степен искоришћења снаге:

$$\eta = \frac{P_m}{P_m + P_{Cu} + P_{\dot{c}et} + P_0} = \frac{\beta P_n}{\beta P_n + \beta^2 P_{Cun} + \beta P_{\dot{c}etn} + P_0},$$

те се нађе његов први извод по релативном оптерећењу β и изједначи са нулом:

$$\frac{d\eta}{d\beta} = 0,$$

добија се да је тражено релативно оптерећење:

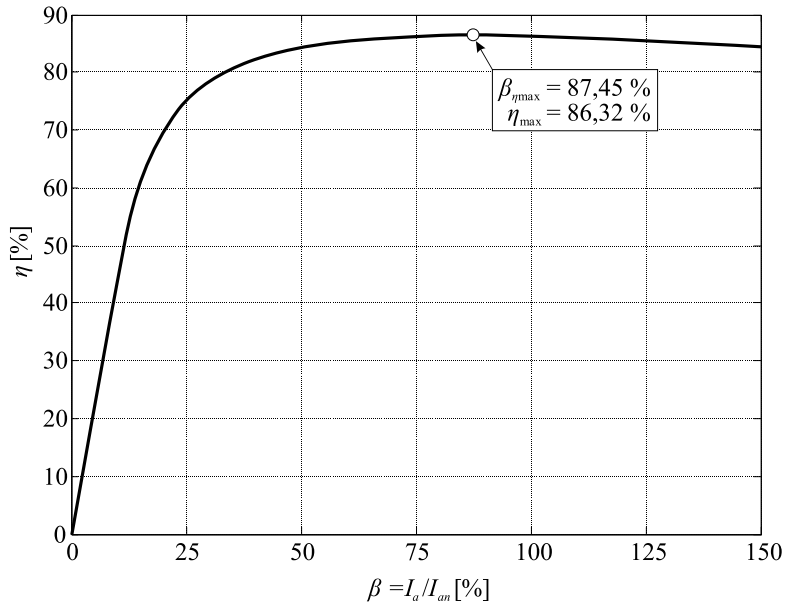
$$\beta_{\eta \max} = \sqrt{\frac{P_0}{P_{Cun}}} = \sqrt{\frac{1300}{1700}} = \boxed{0,8745}.$$

Максимална вриједност степена искоришћења снаге је:

$$\eta_{\max} = \frac{\beta_{\eta \max} P_n}{\beta_{\eta \max} P_n + \beta_{\eta \max}^2 P_{Cun} + \beta_{\eta \max} P_{\dot{c}etn} + P_0} = \frac{\beta_{\eta \max} P_n}{\beta_{\eta \max} P_n + \beta_{\eta \max} P_{\dot{c}etn} + 2P_0},$$

$$\eta_{\max} = \frac{0,8745 \cdot 20 \cdot 10^3}{0,8745 \cdot 20 \cdot 10^3 + 0,8745 \cdot 200 + 2 \cdot 1300} = \boxed{0,8632} \text{ или } \boxed{86,32 \%}.$$

На слици 1-2 приказана је зависност степена искоришћења снаге од релативног оптерећења датог мотора.



Слика 1-2. Зависност степена искоришћења снаге од релативног оптерећења

АМ: Трофазни четворополни асинхронни мотор у спрези звијезда има номинални фазни напон 220 V и учестаност 60 Hz. Номинална вриједност превалног момента је $M_{prn} = 2,5M_n$ а номинално превално клизање је $s_{prn} = 14 \%$. Отпорност статора је могуће занемарити.

а) Одредити вриједност превалног момента мотора ако је линијски напон статора $U_1 = 312$ V и учестаност $f_1 = 50$ Hz. Колико је превално клизање и механичка брзина обртања вратила мотора која одговара максималној вриједности момента при овим вриједностима напона и учестаности?

б) Напон статора је номиналан при учестаности $f_2 = 75$ Hz. Колико износи клизање при наведеној учестаности напајања ако је моменат оптерећења $0,4M_n$?

Рјешење:

а) Превални моменат асинхроног мотора, уз занемарену отпорност статора, је:

$$M_{pr} = \frac{3}{2} p \frac{U_f^2}{\omega_s} \frac{1}{X_{\gamma s} + X_{\gamma r}'} = \frac{3}{2} p \left(\frac{U_f}{\omega_s} \right)^2 \frac{1}{L_{\gamma s} + L_{\gamma r}'},$$

гдје је p број пари полова, U_f фазни напон, $\omega_s = 2\pi f$ и f су угаона учестаност и учестаност, а $X_{\gamma s} = \omega_s L_{\gamma s}$ и $X_{\gamma r}' = \omega_s L_{\gamma r}'$ су реактансе расипања статора и ротора. Пошто су индуктивности расипања статора и ротора ($L_{\gamma s}$ и $L_{\gamma r}'$) константне, превални моменат је пропорционалан квадрату односа фазног напона и учестаности:

$$M_{pr} \sim \left(\frac{U_f}{f} \right)^2.$$

Превални моменат M_{pr1} при новом напону U_{f1} и новој учестаности f_1 може се изразити преко номиналног превалног момента M_{prn} при номиналном напону U_{fn} и номиналној учестаности f_n као:

$$M_{pr1} = \left(\frac{U_{f1}}{f_1} \cdot \frac{f_n}{U_{fn}} \right)^2 M_{prn} = \left(\frac{312/\sqrt{3}}{50} \cdot \frac{60}{220} \right)^2 \cdot 2,5M_n = \boxed{2,41M_n}.$$

Превално клизање, уз занемарену отпорност статора, је:

$$s_{pr} = \frac{R_r'}{X_{\gamma s} + X_{\gamma r}'} = \frac{1}{2\pi f} \frac{R_r'}{L_{\gamma s} + L_{\gamma r}'},$$

односно оно је обрнуто пропорционално учестаности:

$$s_{pr} \sim \frac{1}{f}.$$

Превално клизање при новој учестаности је:

$$s_{pr1} = \frac{f_n}{f_1} s_{prn} = \frac{60}{50} \cdot 0,14 = 0,168 \text{ или } \boxed{16,8 \%},$$

а одговарајућа брзина обртања:

$$n_{pr1} = \frac{60 f_1}{p} (1 - s_{pr1}) = \frac{60 \cdot 50}{2} \cdot (1 - 0,168) = \boxed{1248 \text{ o/min}}.$$