

# ПРЕДГОВОР

У статистичкој обради података добијених мерењем вредности неке случајне величине (случајног обележја па елементима популације, пре свега мерењем нумеричког обележја) често се поставља штитање који статистички модел одабрати. Друкчије речено, поставља се штитање из које теоријске расподеле потичу добијени резултати мерења. Овај Атлас чини један покушај да се помогне свима оптима који имају потребе да решавају паведени задатак.

При обради статистичких података, који представљају измерене вредности неког нумеричког случајног обележја, обично прво треба одговорити на питanje да ли се ради о дискретном или о непрекидном обележју. Под дискретним обележјем (тј. дискретном случајном величином) подразумевамо свако опо обележје чији скуп могућих вредности је само коначан или пребројив скуп реалних бројева. Под непрекидним обележјем, пак, подразумевамо свако опо обележје чији скуп могућих вредности је скуп свих реалних бројева са једног или више интервала, који могу бити како отворени тако и затворени (са једне или са обе стране), како коначни тако и бесконечни. Овај Атлас посвећен је само расподелама непрекидних случајних величина.

Који од статистичких модела ће истраживач у свом раду одабрати зависи од много фактора. Међу њима свакако шиво познавања статистичких расподела (и ранијих искустава) није занемарљив. У долажењу до коначног определења за јески статистички модел обично треба проћи неколико корака и користити се "методом елиминације".

Када истраживач среди податке формирајући варијациони низ (тј. ређајући податке по величини, почев од најмањег па до највећег резултата), следећи корак би био формирање табела са фреквенцијама појављивања вредности по појединачним подинтервалима скупа могућих предности. После тога, најчешће се даје графички приказ добијених резултата путем формирања полигона и/или хистограма, који одговарају изабраним подинтервалима (класама вредности) и њиховим фреквенцијама (релативним и/или апсолутним). Уколико добијени полигони односно хистограми подсећају на графике густине неке расподеле, онда је та расподела један од могућих кандидата за избор теоријских модела. Таквих кандидата може да буде више. Тај скуп кандидата ће се даље сужавати на основу нових информација, као што су: скуп могућих вредности, број (и вредности) непознатих параметара, средња вредност, дисперзија, модјапа, модус, већа или мања очекивана симетричност расподеле, већа или мања сплоштеност итд.

Када се, коришћењем горњих информација, скуп могућих кандидата сведе на само њих неколико, онда у коначном определењу може важну улогу да одигра и једностапност у аналитичким изразима за густине, за математичка очекивања, дисперзије, коефицијенте асиметрије итд. Наравно, треба имати па уму и то да ће често бити и више од једне расподеле које се могу изабрати као модел.

Адекватност изабране расподеле најчешће се проверава коришћењем

Пирсоновог  $\chi^2$ -теста, мада има и много других тестова. При коришћењу Колмогоровљевог теста треба бити веома орезан, с обзиром на то да се у њему унапред подразумева познавање свих параметара расподеле.

За расподеле у овом Атласу дати су следећи подаци:

- функција густине,
- скуп вредности и значење параметара,
- карактеристични графици густине у зависности од параметара.

За значајније расподеле дати су и неки од следећих података:

- функција расподеле,
- карактеристична функција,
- генераториса момената,
- симетрија,
- моменти,
- модус и медијана,
- коефицијенти асиметрије и сплоштености,
- оцене параметара,
- области примени,
- генерисане вредности одговарајуће случајне променљиве.

Осим тога, за већину расподела дата су и нека додатна својства као и везе са другим расподелама.

Пре описа појединачних расподела, у уводном целу под називом *Непрекидне расподеле* дате су дефиниције свих појмова који се користе у Атласу, као и најважнији резултати који могу бити корисни у примени расподела. Кратак приказ специјалних функција које се помињу у Атласу дат је после описа расподела, као *Додатак*. На крају књиге је списак коришћене литературе.

За помоћ при изради финалне верзије Атласа захваљујемо со решенима, др Павлу Младеновићу, професору Математичког факултета у Београду и др Љиљани Петровић, професору Економског факултета у Београду. Књига је изашла из штампе захваљујући финансијској помоћи колеге Јадрана Бркића, дипломираног математичара.

Београд, 2007.

Аутори

# САДРЖАЈ

Предговор .....	<i>LX</i>
Списак неких ознака .....	<i>XI</i>
Непрекидне расподеле .....	1
1 Случајне променљиве .....	1
2 Непрекидне случајне променљиве .....	2
3 Тип расподеле .....	3
4 Фамилије расподела .....	4
5 Основне нумеричке карактеристике .....	4
6 Моменти .....	7
7 Мере асиметрије и сплоштености .....	7
8 Ентропија .....	8
9 Карактеристична функција .....	9
10 Генератриса момената .....	10
11 Оцене параметара .....	11
12 Трансформација случајне променљиве .....	14
13 Моделирање случајних променљивих .....	15
14 Тестови сагласности .....	17
15 Графичке методе испитивања сагласности .....	18
Опис расподела .....	19
1 Аркуссипус $ASS1$ .....	21
2 Аркуссинус $AS1(a)$ .....	23
3 Аркуссинус $ASS2$ .....	25
4 Аркуссинус $AS2(a, b)$ .....	28
5 Бета $B_2(a, b)$ .....	30

6	Бета $B_4(a, b, c, d)$	38
7	Бета прим $BP(a, b)$	41
8	Брадфордова $BR(a, b, c)$	43
9	Бурова - тип II $BU2(a)$	45
10	Бурова - тип III $BU3(a, b)$	47
11	Бурова - тип IV $BU4(a, b)$	49
12	Бурова - тип V $BU5(a, b)$	51
13	Бурова - тип VI $BU6(a, b)$	53
14	Бурова - тип VII $BU7(a)$	55
15	Бурова - тип VIII $BU8(a)$	57
16	Бурова - тип IX $BU9(a, b)$	59
17	Бурова - тип X $BU10(a)$	61
18	Бурова - тип XI $BU11(a)$	63
19	Бурова - тип XII $BU12(a, b)$	65
20	Вејбулова $W_1(a)$	67
21	Вејбулова $W_2(a, b)$	71
22	Вејбулова $W_3(a, b, c)$	75
23	Вејбулова $W_4(a, b, c, d)$	80
24	Вејбулова - негативна $WN(a, b, c)$	82
25	Вејбулова - двострана $WD(a, b, c)$	83
26	Вејбулова - експоненцијална $WE(a, b, c)$	84
27	Вејбулова - уопштена $WU(a, b, c)$	86
28	Вејбулова - експоненцијализована $WEX(a, b, c)$	88
29	Вејбулова - модификована $WM(a, b, c)$	89
30	Вејбулова - засечена $WZ(a, b, c, \alpha, \beta)$	90
31	Вејбулова - засечена $WZL(a, b, c, \alpha)$	91
32	Вејбулова - засечена $WZD(a, b, c, \beta)$	92
33	Гама $G_1(a)$	93
34	Гама $G_2(a, b)$	96
35	Гама $G_3(a, b, c)$	101
36	Гама - засечена $GZ1(a)$	106
37	Гама - засечена $GZ2(a, b)$	107

38	Гилбратова $GL$	108
39	Гумбелова $GU$	110
40	Гумбелова негативна $GUN$	112
41	Гумбелова $GU1(a)$	113
42	Гумбелова $GU2(a, b)$	115
43	Гумбелова - засечена $GU2Z(a, b)$	118
44	Експоненцијална $E$	119
45	Експоненцијална $E_1(\lambda)$	121
46	Експоненцијална $E_2(\lambda, c)$	125
47	Експоненцијална - засечена $EZ(\lambda, T)$	129
48	Експоненцијална $ES(a, b, c)$	131
49	Ерлангова $ER1(n)$	132
50	Ерлангова $ER2(n, b)$	133
51	Ерлангова $ER3(n, b, c)$	136
52	Зишф $Z(a)$	138
53	Инверзна гама $IG(a, b)$	139
54	Инверзна Гаусова $IG1(a)$	141
55	Инверзна Гаусова $IG2(a, b)$	142
56	Инверзна Релејева $IR(a)$	145
57	Инверзна хи квадрат $I\chi^2(n)$	146
58	Инверзна хи квадрат $I\chi^2(n, \sigma^2)$	148
59	Копијева - стандардна $C$	150
60	Копијева - засечена $CZ1$	152
61	Копијева - засечена $CZ2(T)$	153
62	Копијева $C_1(a)$	154
63	Копијева $C_2(a, b)$	157
64	Копијева $C_4(a, b, c, d)$	161
65	Косијус $COS1(a, b)$	163
66	Косијус $COS2(a, b)$	165
67	Косинус $COS3(a, b)$	167
68	Кумараасвамијева $KM(a, b)$	169
69	Лапласова $L_1(\lambda)$	171

70	Лапласова $L_2(\lambda, a)$	174
71	Лапласова - асиметрична $LA1(a, \lambda_1, \lambda_2)$	178
72	Лапласова - асиметрична $LA2(\lambda, p, a)$	180
73	Лапласова - асиметрична $LA3(\lambda, a)$	182
74	Лапласова - асиметрична $LA4(\lambda, p, a)$	184
75	Лапласова - асиметрична $LA5(\lambda, p)$	186
76	Лапласова - засечена $LZ1(\lambda, a, b)$	188
77	Лапласова - засечена $LZ2(\lambda, a, b)$	189
78	Лапласова - уопштена $LU(\lambda, p, a)$	191
79	Левијева $LV(a)$	193
80	Логаритамска $LOG1(a, b)$	195
81	Логаритамска $LOG2(a, b)$	197
82	Логаритамска $LOG3(a, b)$	199
83	Лог-гама $LGG1(a, b, c)$	201
84	Лог-гама $LGG2(a, b, c)$	204
85	Логистичка - стандардна $LG$	205
86	Логистичка - засечена $LGZ1$	208
87	Логистичка - засечена $LGZ2(a)$	210
88	Логистичка - засечена $LGZ3(a, b)$	211
89	Логистичка $LGS(a, b)$	213
90	Логистичка - засечена $LGZ(a, b)$	217
91	Логистичка $LG1(a)$	219
92	Логистичка $LG2(a)$	221
93	Логистичка $LG3(a)$	223
94	Логистичка $LG4(a, b)$	225
95	Логистичка $LG5(a)$	228
96	Логистичка - засечена $LG5Z1(a)$	231
97	Логистичка - засечена $LG5Z2(a, b, c)$	233
98	Логистичка - засечена $LG5Z3(a, b)$	234
99	ЛогКошијева $LK(a, b)$	235
100	Логлогистичка $LLG1(a)$	236
101	Логлогистичка $LLG2(a, b)$	237

102	Логлогистичка $LLG3(a, b, c)$	238
103	Логнормална $LN_2(m, \sigma^2)$	240
104	Логнормална $LN_3(m, \sigma^2, c)$	244
105	Логнормална $LN_4(m, \sigma^2, c, \lambda)$	247
106	Логнормална - уопштена $LNU(m, \sigma^2, a)$	249
107	Максвелова $MAX(a)$	250
108	Мојалова $MO$	253
109	Накагамијева $NK(a, b, c)$	255
110	Нормална (Гаусова) $N(0, 1)$	257
111	Нормална $N(m, \sigma^2)$	261
112	Нормална - засечена $NZ(m, \sigma^2, T_1, T_2)$	266
113	Нормална - засечена $NZD(m, \sigma^2, T)$	267
114	Нормална - засечена $NZL(m, \sigma^2, T)$	268
115	Нормална - пресавијена $NP(m, \sigma^2)$	269
116	Паретова $PAR(a)$	271
117	Паретова $PAR2(a, b)$	273
118	Паретова - засечена $PARZ(a, b, c)$	277
119	Паретова $PAR3(a, b, c)$	279
120	Паретова $PAR4(a, b, c, d)$	280
121	Паретова - уопштена $PARU1(a, b)$	282
122	Паретова - уопштена $PARU2(a, b, c, d)$	285
123	Пирсонова $PIR1(a, b, c)$	287
124	Пирсонова $PIR2(a, b)$	289
125	Пирсонова $PIR3(a, b)$	291
126	Пирсонова $PIR4(a, b, c)$	293
127	Пирсонова $PIR5(a, b)$	295
128	Пирсонова $PIR6(a, b, c)$	297
129	Пирсонова $PIR7(a, b)$	299
130	Пирсонова $PIR8(a, b)$	301
131	Пирсонова $PIR9(a, b)$	303
132	Пирсонова $PIR11(a, b)$	305
133	Пирсонова $PIR12(a, b, c)$	307

<b>134 Релејева</b>	$R_1(\sigma)$	309
<b>135 Релејева</b>	$R_2(c, \sigma)$	313
<b>136 Релејева - двострана</b>	$RD(c, \sigma)$	316
<b>137 Рајсова</b>	$RC(a, b)$	317
<b>138 Степена</b>	$S(a)$	319
<b>139 Студентова</b>	$t(n)$	321
<b>140 Студентова</b>	$t(n, a, b)$	325
<b>141 Студентова - нецентрална</b>	$t^*(n, c)$	327
<b>142 Троугаона</b>	$TR(a, b, c)$	329
<b>143 Унiformна</b>	$U(a, b)$	332
<b>144 Фишерова</b>	$F(m, n)$	336
<b>145 Фишерова</b>	$Z\ FZ(m, n)$	340
<b>146 Фон Мизисова</b>	$FM(a, b)$	341
<b>147 Фон Мизисова - бимодална</b>	$FMB(a, b)$	343
<b>148 Хелмертова</b>	$H(n)$	344
<b>149 Хи</b>	$\chi_1(a)$	345
<b>150 Хи</b>	$\chi_2(a, b)$	348
<b>151 Хи</b>	$\chi_3(a, b, c)$	351
<b>152 Хи - нецентрална</b>	$\chi^*(n, a)$	353
<b>153 Хи квадрат</b>	$\chi^2(n)$	355
<b>154 Хи квадрат - нецентрална</b>	$\chi^{2*}(n, a)$	358
<b>155 Хиперболичка</b>	$HS(a, b)$	361
<b>Додатак - специјалне функције</b>		363
<b>Литература</b>		372