

Универзитет у Београду  
Машински факултет

# Matlab и Simulink у аутоматском управљању

РАДИША Ж. ЈОВАНОВИЋ

Београд, 2016.

Др Радиша Ж. Јовановић, дипл. инж. маш., доцент  
Универзитет у Београду, Машински факултет

## **Matlab и Simulink у аутоматском управљању**

I издање

---

*Рецензенти:*

Проф. др Зоран Рибар, Универзитет у Београду, Машински факултет  
Проф. др Зоран Бучевац, Универзитет у Београду, Машински факултет

*Издавач:*

Машински факултет Универзитета у Београду  
ул. Краљице Марије 16, 11120, Београд 35  
тел. (011) 3302-384  
факс (011) 3370-364

*За издавача:*

Проф. др Радивоје Митровић, декан

*Главни и одговорни уредник:*

Проф. др Милан Лечић

Одобрено за штампу одлуком декана Машинског факултета у Београду  
бр. 3/16 од 12.04.2016. године

*Дизајн корица:*

Мина Михаиловић

*Тираж:*

300 примерака

*Штампа:*

PLANETA PRINT

ISBN 978-86-7083-896-3

---

*Сва права задржавају издавач и аутор.  
Забрањено прештампавање и умножавање.*

<b>I</b>	<b>УВОД У МАТЛАБ</b>	<b>1</b>
<b>1</b>	<b>Увод у Матлаб</b>	<b>3</b>
<b>1.1</b>	<b>Радно окружење Матлаба</b>	<b>3</b>
1.1.1	Командни прозор	4
1.1.2	Прозор с претходним наредбама	5
1.1.3	Радни простор Матлаба	5
1.1.4	Прозор радног директоријума	5
1.1.5	Корисне наредбе за рад у командном прозору	5
1.1.6	Едитор <i>m</i> -датотека	6
<b>2</b>	<b>Променљиве и типови података</b>	<b>7</b>
<b>2.1</b>	<b>Променљиве</b>	<b>7</b>
2.1.1	Оператор доделе	7
2.1.2	Изрази и оператори	10
2.1.3	Подразумеване променљиве и резервисане речи	10
<b>2.2</b>	<b>Нумерички типови података</b>	<b>11</b>
2.2.1	Целобројни типови	11
2.2.2	Бројеви у покретном зарезу	12
2.2.3	Комплексни бројеви	13
<b>2.3</b>	<b>Логички тип података</b>	<b>13</b>
<b>2.4</b>	<b>Знаковни тип податка</b>	<b>14</b>

---

<b>3</b>	<b>Низови и операције над низовима</b>	<b>15</b>
<b>3.1</b>	<b>Врсте низова</b>	<b>15</b>
<b>3.2</b>	<b>Матрице и вектори</b>	<b>16</b>
3.2.1	Појам и врсте матрица	16
3.2.2	Креирање вектора	17
3.2.3	Креирање матрица	19
3.2.4	Специјалне матрице	20
3.2.5	Транспонована матрица	22
3.2.6	Инверзна матрица	23
3.2.7	Детерминанта	23
3.2.8	Операције над матрицама	24
3.2.9	Матрично множење	25
3.2.10	Степеновање матрица	27
3.2.11	Пристап елементима вектора и матрица	28
3.2.12	Елементне операције над векторима и матрицама	30
3.2.13	Функције за анализу низова	33
3.2.14	Функција <code>meshgrid()</code>	34
3.2.15	Вектори и матрице као аргументи функција	35
3.2.16	Промена типа матрице	36
<b>3.3</b>	<b>Низови карактера</b>	<b>39</b>
3.3.1	Спајање стрингова	42
3.3.2	Креирање и подешавање стрингова	43
3.3.3	Компарација стрингова	44
3.3.4	Конверзија између стрингова и других типова података	45
<b>3.4</b>	<b>Низови ћелија</b>	<b>45</b>
<b>4</b>	<b>Програмирање у Матлабу</b>	<b>49</b>
<b>4.1</b>	<b>Алгоритми</b>	<b>49</b>
<b>4.2</b>	<b>Матлаб скрипт</b>	<b>50</b>
4.2.1	Документовање	51
<b>4.3</b>	<b>Улаз и излаз</b>	<b>52</b>
4.3.1	Улазне функције	53
4.3.2	Излазне функције	54
4.3.3	Функција <code>disp()</code>	55
4.3.4	Функција <code>fprintf()</code>	55
<b>4.4</b>	<b>Скрипт са улазом и излазом</b>	<b>58</b>
4.4.1	Снимање података у датотеку	59
4.4.2	Додавање података у датотеку	59
4.4.3	Учитавање података из датотеке	60

---

<b>4.5</b>	<b>Функције</b>	<b>60</b>
4.5.1	Креирање функцијске датотеке . . . . .	61
4.5.2	Радни простор функције . . . . .	64
4.5.3	Локалне променљиве . . . . .	64
4.5.4	Глобалне променљиве . . . . .	65
4.5.5	Перзистентне променљиве . . . . .	66
4.5.6	Подфункције . . . . .	67
4.5.7	Угнежене функције . . . . .	68
4.5.8	Анонимне функције . . . . .	70
4.5.9	Примена показивача функција . . . . .	72
4.5.10	Функције са функцијама као аргументима . . . . .	72
<b>5</b>	<b>Симболичка математика</b> . . . . .	<b>73</b>
<b>5.1</b>	<b>Симболичке променљиве и изрази</b>	<b>73</b>
5.1.1	Рад са симболичким изразима . . . . .	74
5.1.2	Приказивање израза . . . . .	76
5.1.3	Решавање алгебарских једначина . . . . .	76
5.1.4	Симболичка математичка анализа . . . . .	78
<b>5.2</b>	<b>Решавање диференцијалних једначина</b>	<b>79</b>
5.2.1	Решавање скаларне диференцијалне једначине . . . . .	80
5.2.2	Решавање система диференцијалних једначина . . . . .	81
5.2.3	Дефинисање почетних и граничних услова . . . . .	81
5.2.4	Решавање нелинеарних диференцијалних једначина . . . . .	82
<b>6</b>	<b>Оператори и контрола тока програма</b> . . . . .	<b>85</b>
<b>6.1</b>	<b>Релациони оператори</b>	<b>85</b>
<b>6.2</b>	<b>Логички оператори</b>	<b>87</b>
<b>6.3</b>	<b>Условно гранање</b>	<b>89</b>
6.3.1	If услов . . . . .	89
6.3.2	Switch структура . . . . .	91
<b>6.4</b>	<b>Петље</b>	<b>92</b>
6.4.1	For петља . . . . .	93
6.4.2	Вишеструке петље . . . . .	95
6.4.3	Комбинација вишеструких for петљи и if наредби . . . . .	96
6.4.4	Петља while . . . . .	97
6.4.5	While петља са улазном функцијом . . . . .	98
6.4.6	Бројач у while петљи . . . . .	99
6.4.7	Провера грешке са улазном функцијом у while петљи . . . . .	99
6.4.8	Наредбе break и continue . . . . .	100
6.4.9	Избегавање петљи, векторизација и преалокација . . . . .	101

<b>7</b>	<b>2-D графика</b>	<b>105</b>
<b>7.1</b>	<b>Функција <code>plot()</code></b>	<b>105</b>
7.1.1	График експерименталних података	105
7.1.2	График функције	106
7.1.3	Аргументи функције <code>plot()</code>	106
7.1.4	Цртање више графика	107
7.1.5	Више графика у једном графичком прозору	107
<b>7.2</b>	<b>Форматирање графика</b>	<b>109</b>
7.2.1	Наслов, натписи, мрежа	109
7.2.2	Линије, боје, маркери	109
7.2.3	Подграфици	111
7.2.4	Графици са логаритамском поделом оса	111
7.2.5	Приступ параметрима графика	114

## II НУМЕРИЧКЕ МЕТОДЕ У МАТЛАБУ

115

<b>8</b>	<b>Системи линеарних једначина</b>	<b>117</b>
<b>8.1</b>	<b>Основни појмови и број решења</b>	<b>117</b>
<b>8.2</b>	<b>Решавање система линеарних једначина</b>	<b>119</b>
8.2.1	Систем једначина са $m = n$	120
8.2.2	Системи линеарних једначина: случај $m > n$	121
8.2.3	Системи линеарних једначина: случај $m < n$	122
<b>8.3</b>	<b>Сопствена вредност и сопствени вектор матрице</b>	<b>123</b>
8.3.1	Сопствене вредности и сопствене матрице у Матлабу	125
<b>9</b>	<b>Апроксимација и интерполација</b>	<b>129</b>
<b>9.1</b>	<b>Општи проблем апроксимације</b>	<b>129</b>
<b>9.2</b>	<b>Интерполација</b>	<b>130</b>
<b>9.3</b>	<b>Интерполација полиномима</b>	<b>131</b>
<b>9.4</b>	<b>Интерполација полиномима по деловима</b>	<b>132</b>
9.4.1	Линеарни сплајн	132
9.4.2	Кубни сплајн	133
9.4.3	Функције за интерполацију у Матлабу	134
<b>9.5</b>	<b>Метода најмањих квадрата</b>	<b>136</b>
9.5.1	Линеарни модел најмањих квадрата	137
9.5.2	Метода најмањих квадрата у Матлабу	137

---

<b>10</b>	<b>Нелинеарне алгебарске једначине</b>	<b>139</b>
<b>10.1</b>	<b>Нелинеарна једначина једне променљиве</b>	<b>139</b>
10.1.1	Решавање нелинеарних једначина у Матлабу	140
10.1.2	Функција <code>fzero()</code> и једначина са више коренова	142
10.1.3	Тачке прекида и функција <code>fzero()</code>	143
10.1.4	Нуле полинома и функција <code>roots()</code>	144
<b>10.2</b>	<b>Оптимизација функције једне променљиве</b>	<b>145</b>
<b>11</b>	<b>Нумеричко диференцирање и интегралње</b>	<b>147</b>
<b>11.1</b>	<b>Нумеричко диференцирање</b>	<b>147</b>
11.1.1	Апроксимација првог извода	148
11.1.2	Апроксимација другог извода	150
11.1.3	Матлаб функције за нумеричко диференцирање	150
<b>11.2</b>	<b>Нумеричко интегралње</b>	<b>153</b>
11.2.1	Трапезно правило	154
11.2.2	Матлаб функција <code>trapz()</code>	155
11.2.3	Симпсонова метода	156
11.2.4	Матлаб функције <code>quad()</code> и <code>integral()</code>	157
<b>12</b>	<b>Нумеричко решавање обичних диференцијалних једначина</b>	<b>159</b>
<b>12.1</b>	<b>Појам диференцијалне једначине</b>	<b>159</b>
<b>12.2</b>	<b>Кошијев проблем</b>	<b>160</b>
<b>12.3</b>	<b>Једнокорачне методе</b>	<b>161</b>
12.3.1	Ојлерова метода	162
12.3.2	Побољшање Ојлерове методе	163
12.3.3	Метод Рунге Кута	165
12.3.4	Локална грешка нумеричке методе	167
12.3.5	Глобална грешка и стабилност нумеричке методе	168
<b>12.4</b>	<b>Вишекорачне методе</b>	<b>168</b>
12.4.1	Адамс-Башфортова метода	168
12.4.2	Адамс-Молтонова метода	169
<b>12.5</b>	<b>Адаптивне методе</b>	<b>170</b>
<b>12.6</b>	<b>Метод у Матлабу за нумеричко решавање</b>	<b>171</b>
<b>12.7</b>	<b>Функција <code>ode..()</code> у Матлабу</b>	<b>172</b>

<b>13</b>	<b>Увод у Симулинк</b>	<b>181</b>
13.1	Како ради Симулинк	182
13.2	Почетак рада у Симулинку	183
13.2.1	Покретање Симулинка	183
13.2.2	Креирање новог модела	183
13.2.3	Отварање постојећег модела	183
13.3	Основни елементи Симулинк модела	183
13.3.1	Блокови	184
13.3.2	Линије	184
13.3.3	Креирање модела система	184
13.3.4	Уношење блокова у модел	185
13.3.5	Модификовање блокова	185
13.3.6	Повезивање блокова	186
13.3.7	Покретање симулације и параметри симулације	186
<b>14</b>	<b>Основни блокови</b>	<b>187</b>
14.1	Библиотека улаза	187
14.1.1	Constant блок	187
14.1.2	Signal Generator блок	187
14.1.3	Pulse Generator блок	188
14.1.4	Step блок	188
14.1.5	Ramp блок	189
14.1.6	Sine wave блок	189
14.1.7	Clock блок	190
14.1.8	Ground блок	190
14.2	Библиотека излаза	191
14.2.1	Display блок	191
14.2.2	Scope блок	191
14.2.3	Terminator блок	192
14.2.4	Stop simulation блок	192
14.2.5	To Workspace блок	192
14.2.6	To File блок	193
14.3	Библиотека сигнала	193
14.3.1	Bus Creator и Bus Selector блок	193
14.3.2	Mux и Demux блокови	194
14.3.3	Switch блок	194
14.3.4	Приказ сигнала у моделу	195
14.3.5	Gain блок	195



14.4	Математичка библиотека	195
14.4.1	Sum, Add и Subtract блокови	195
14.4.2	Math Function блок	196
14.4.3	Trigonometric Function блок	197
14.5	Библиотека блокова континуалних система	197
14.5.1	Integrator блок	197
14.6	Библиотека блокова са нелинеарностима	198
14.6.1	Saturation блок	198
14.6.2	Dead Zone блок	199
<b>15</b>	<b>Симулација динамичких система</b>	<b>201</b>
15.1	Симулација система првог реда	201
15.1.1	Креирање Симулинк модела система	201
15.1.2	Симулација система за одскочну промену улаза	202
15.1.3	Симулација система за промену улаза у облику пулса	203
15.1.4	Симулација система за нагибну промену улаза	204
15.1.5	Симулација система за нагибну промену улаза са засићењем	205
15.2	Симулација система другог реда	207
15.2.1	Креирање Симулинк модела	207
15.3	Симулација из командног прозора	209
15.4	Подсистеми	211
15.5	Алгебарске петље	213
15.6	Нумерички поступци у Симулинку	217
<b>IV</b>	<b>МАТЕМАТИЧКИ МОДЕЛИ ДИНАМИЧКИХ СИСТЕМА</b>	<b>219</b>
<b>16</b>	<b>Математичко моделовање динамичких система</b>	<b>221</b>
16.1	Математичко моделовање система	221
16.1.1	Примери математичког моделовања система	222
16.2	Математички модели УИ система	231
16.3	Математички модели УСИ система	231
16.4	Линеарни стационарни динамички системи	232
16.4.1	Линеарни стационарни динамички УИ системи	232
16.4.2	Линеарни стационарни динамички УСИ системи	233
16.4.3	Избор величина стања	233
16.5	Математички модели по одступањима	237

<b>17</b>	<b>Лапласова трансформација</b>	<b>241</b>
17.1	Дефиниција Лапласове трансформације	241
17.2	Инверзна Лапласова трансформација	241
17.3	Особине Лапласове трансформације	242
17.4	Лапласова трансформација у Матлабу	242
17.5	Хевисајдов развој	243
17.5.1	Функције са једноструким половима	244
17.5.2	Функције са вишеструким половима	245
17.6	Хевисајдов развој у Матлабу	245
<b>18</b>	<b>Представљање линеарних система у Матлабу</b>	<b>249</b>
18.1	Преносна функција и преносна матрица	249
18.1.1	TF облик преносне функције	250
18.1.2	Zero-Pole-Gain облик преносне функције	251
18.1.3	TF и ZPK облици преносних матрица	252
18.1.4	Преносна функција у Симулинку	256
18.2	Модел система у простору стања	257
18.2.1	Модел система у простору стања у Симулинку	258
18.3	Претварања између различитих модела	258
18.3.1	Претварање у TF модел	258
18.3.2	Претварање у ZPK модел	262
18.3.3	Реализација у простору стања	263
18.3.4	Добијање SS и TF модела из Симулинк модела	264
18.3.5	Добијање параметара из LTI објеката	266
18.4	Блок дијаграми	267
18.4.1	Еквивалентни блок дијаграми за основне спреге	268
18.4.2	Сложене спреге	270
<b>19</b>	<b>Анализа линеарних система</b>	<b>279</b>
19.1	Типичне промене улазних величина	279
19.1.1	Значај и врсте типичних промена улазних величина	279
19.1.2	Одскочна функција	280
19.1.3	Јединична импулсна функција	281
19.1.4	Нагибна функција	283
19.1.5	Експоненцијална функција	283
19.1.6	Синусна функција	284

<b>19.2</b>	<b>Одређивање одзива УИ система</b>	<b>284</b>
19.2.1	Одређивање одзива система применом Лапласове трансформације . . . . .	284
19.2.2	Одређивање одзива применом симболичког пакета . . . . .	288
<b>19.3</b>	<b>Одређивање одзива и кретања УСИ система</b>	<b>289</b>
19.3.1	Кретање и одзив у слободном радном режиму . . . . .	290
19.3.2	Кретање и одзив у принудном радном режиму . . . . .	290
19.3.3	Примена Лапласове трансформације у одређивању кретања и одзива УСИ система . . . . .	291
19.3.4	Одређивање кретања и одзива УСИ система у Матлабу . . . . .	292
<b>19.4</b>	<b>Нумеричка анализа линеарних система</b>	<b>294</b>
19.4.1	Јединични одскочни одзив . . . . .	294
19.4.2	Импулсни одзив . . . . .	299
19.4.3	Одређивање одзива система на произвољан улаз . . . . .	300
19.4.4	Одзив на почетне услове . . . . .	303
<b>19.5</b>	<b>Показатељи прелазне функције</b>	<b>308</b>
19.5.1	Показатељи квалитета прелазне функције у Матлабу . . . . .	310



## ПРЕДГОВОР

Књига *Matlab и Simulink у аутоматском управљању* је конципирана тако да обухвата области предвиђене наставним планом и програмом предмета *Програмирање у аутоматском управљању*, који се слуша на Основним академским студијама на Машинском факултету у Београду. Међутим, узимајући у обзир актуелност и значај упознавања са неким од софтверских алата за различите врсте инжењерских прорачуна и анализа (а *Matlab* је један од најзаступљенијих, готово незаобилазан), књига је написана тако да могу да је користе и студенти са других факултета у чијим наставним плановима и програмима је заступљена ова проблематика. У том смислу, програмски језик *Matlab* (у даљем тексту Матлаб) и његов пакет *Simulink* (у даљем тексту Симулинк) представљени су у прва три дела књиге. Четврти и пети део књиге се односе на примену Матлаба и Симулинка у области система аутоматског управљања, и добрим делом представљају подршку настави из предмета *Основе аутоматског управљања* који је обавезан предмет на основним академским студијама на Машинском факултету у Београду. Коначно, књига може да послужи као основа за будуће напредно коришћење Матлаба и Симулинка.

Композиција књиге је организована у пет делова. Основа програмирања у Матлабу је изложена у првом делу. Прво поглавље доноси увод о Матлабу као моћном програмском језику, опис његовог развојног окружења и основних операција. Променљиве и основни типови података тема су другог поглавља. У трећем поглављу уводи се концепт низа, који представља фундаментални елемент у Матлабу, и детаљно се обрађују нумерички низови (вектори и матрице), знаковни низови и низови ћелија, као и основне операције над њима. Први део се наставља четвртим поглављем које се бави писањем програма у Матлабу, почев од једноставних скриптова и логичких инструкција до различитих типова функција и функцијских датотека. У петом поглављу се разматрају симболички пакет Матлаба и методе за симболичко решавање алгебарских и диференцијалних једначина. Шесто поглавље је посвећено релационим и логичким операторима и контроли тока програма. Пажња је у седмом поглављу посвећена и делу

графичких могућности Матлаба а које се односе на дводимензионалну графику.

У другом делу књиге се излажу основне нумеричке методе које су садржане и имплементирани у уграђеним функцијама Матлаба. Системи линеарних једначина и проблеми сопствених вредности матрица су тема осмог поглавља. Девето поглавље је посвећено проблему апроксимације функције једне променљиве, при чему значајно место заузима и интерполација алгебарским полиномима и сплајновима, као и метода најмањих квадрата као једна од метода за апроксимацију функција. У десетом поглављу се илуструју методе за решавање нелинеарних алгебарских једначина. Садржај једанестог поглавља чине основе метода нумеричког диференцирања и интегралне, при чему је посебна пажња посвећена методама на којима се заснивају уграђене функције Матлаба за нумеричко диференцирање и интегралне. У дванаестом поглављу се разматрају методе за решавање обичних диференцијалних једначина и њихова имплементација у Матлабу.

Трећи део књиге се односи на Симулинк, где се у тринаестом и четрнаестом поглављу излажу основни елементи Симулинк модела и основни блокови из библиотеке блокова. Петнаесто поглавље је посвећено примени Симулинка у симулацији динамичких система, линеарних и нелинеарних. Четврти део књиге кроз шеснаесто поглавље доноси основне појмове из моделовања динамичких система, са посебним освртом на особине и облике модела линеарних стационарних динамичких система. Примена Лапласове трансформације у одређивању одзива линеарних стационарних система третира се у петом делу књиге, у седамнаестом поглављу. Осамнаесто поглавље се детаљно бави представљањем линеарних система у Матлабу и њиховим различитим моделима. Анализа линеарних система, аналитичка и нумеричка, теме су деветнаестог поглавља.

Изложени материјал је илустрован бројним примерима. Тамо где је неопходно, дати су и резултати извршавања одређених наредби, скриптова, а одређени број примера, посебно у петом делу, урађен је и аналитичким путем.

Рецензентима на корисним сугестијама, као и свима онима који су на неки начин помогли у току писања ове књиге, аутор се најтоплије захваљује.