

CVETKO CRNOJEVIĆ

# MEHANIKA FLUIDA



Mašinski fakultet Univerziteta u Beogradu  
2014.

**Cvetko Crnojević**

**MEHANIKA  
FLUIDA**

Prvo izdanje

Mašinski fakultet  
Univerziteta u Beogradu

2014.

# MEHANIKA FLUIDA

Prvo izdanje

- Autor:

**Dr Cvetko Crnojević, dipl. inž. maš.**

Redovni profesor Mašinskog fakulteta Univerziteta u Beogradu

---

- Recenzenti:

Dr Slobodan Stupar, dipl. inž. maš.

redovni profesor Mašinskog fakulteta Univerziteta u Beogradu

Dr Aleksandar Gajić, dipl. inž. maš.

redovni profesor Mašinskog fakulteta Univerziteta u Beogradu

- Izdavač:

Mašinski fakultet Univerziteta u Beogradu

Kraljice Marije 16, 11120 Beograd 35,

telefon: (011) 3370 350 i 3302 384, fax: (011) 3370 364

Za izdavača: Dekan prof. dr Milorad Milovančević

Glavni i odgovorni urednik: Prof. dr Aleksandar Obradović

Štampanje odobrila Komisija za izdavačku delatnost: br. 290 od 11.12.2014. god.

Mašinskog fakulteta Univerziteta u Beogradu

- Korice:

Milan Stojanović, dipl. inž. arh.

- Štampa:

**PLANETA PRINT**

Tiraž: 500 primeraka

---

© Autor i Mašinski fakultet, Beograd 2014.

Preštampavanje i fotokopiranje nije dozvoljeno. Sva prava zadržava izdavač i autor.

## PREDGOVOR

Osnovni motiv za pisanje ove knjige jesu studenti Mašinskog fakulteta u Beogradu koji slušaju neki od predmeta iz oblasti mehanike fluida, i želja da oni lakše mogu da prate izučavanje gradiva iz mehanike fluida i da spremaju ispite iz istih. Istorijski gledano na Katedri za mehaniku fluida Mašinskog fakulteta u Beogradu napisano je dobrih knjiga: „*Mehanika fluida*” od Konstantina Voronjeca i Nikole Obradovića (1960), „*Osnovi hidraulike i pneumatike*” od Radomira Aškovića (1978), „*Dinamika jednodimenzijskih strujanja fluida*” od Vladana Đorđevića (1986), „*Statika i kinematika fluida*” od Viktora Saljnikova (1988), „*Hidrodinamika*” od Svetislava Čantraka (1998), i druge. U odnosu na navedene godine prvih izdanja ovih knjiga one su doživele više izdanja, ali, nažalost, većina od ovih knjiga, sticajem raznih okolnosti, odavno nisu štampane, i nisu dostupne širem krugu korisnika, tako da je postojala realna potreba da se ovaj nedostatak udžbeničke literature nadoknadi, pa sam početkom 2013. god. u svojstvu šefa Katedre za mehaniku fluida i predmetnog profesora odlučio da pisanjem ovog udžbenika pokušam da nadoknadim ovaj nedostatak. Koliko sam uspeo, u ovom ni najmanje lakom zadatku, neka procenjuju sami čitaoci, a meni će biti zadovoljstvo ako sam bar delimično to postigao.

Pri pisanju ovog udžbenika koristio sam dugogodišnje iskustvo držanja nastave iz predmeta koji proučavaju mehaniku fluida ili su naslonjeni na nju. Imajući u vidu da su vremenom kroz brojne Statute Mašinskog fakulteta u Beogradu predmeti koji proučavaju mehaniku fluida nosili različite nazive, obime i sadržaje, odlučio sam da napišem knjigu iz mehanike fluida koja nije striktno pisana ni po jednom konkretnom kursu, pa ni po trenutno važećim predmetima: Mehanika fluida B i Mehanika fluida M, ali koja po svom sadržaju pokriva oba ova kursa, čak, delimično, nešto šire od toga. Ova knjiga osim studentima može korisno da posluži i inženjerima i istraživačima da unaprede svoja znanja iz oblasti mehaniku fluida.

Kada sam započeo rad na pisanju knjige, bez obzira na prethodno pedagoško iskustvo, nisu se naslućivale teškoće: šta dati, kako prikazati izloženu materiju, kako se jasno izraziti i sl. Pri pisanju ove knjige veoma često sam imao dileme vezane za redosled tematskih jedinica, dokle ići i gde stati, dokle su „fluidi” a odakle počinje matematika, fizika ili termodinamika, dokle su osnove a odakle produbljena znanja i sl. Sa pisanjem nisam „žurio” u želji da pokrijem sve relevantne oblasti potrebne studentima i s namerom da je korisnicima izložena materija razumljivija. Kada se pogleda konačni tekst ove knjige on u mnogome ne liči na ono što sam zamišljao na početku da će biti, i u ovom gotovom tekstu knjige ima mnogo toga što bih rado menjao ili dopunio.

Proučavajući, u toku pisanja ove knjige, brojnu savremenu stručnu literaturu sa većeg broja svetskih univerziteta lako se dalo zapaziti da je „svet otišao napred”, što je nametnulo obavezu da se Mehanika fluida koja se predstavlja našim studentima delimično približi tim trendovima. Iz istih razloga neke oblasti su detaljnije obrađene nego u dosadašnjim klasičnim kursevima mehanike fluida, kao što su: kinematika fluida, zakoni održanja, teorija sličnosti, dimenzijska analiza, proračun cevovodnih mreža, hidroudar, teorija graničnog sloja, i turbulentna strujanja. U savremenoj

literaturi iz mehanike fluida koristi se tenzorski račun tako da su u ovoj knjizi, i pored toga što ne pripadaju nastavnom programu, date osnove ovog računa.

*Nedostatak ove knjige* jeste što ona treba da pokrije osnovne pojmove i znanja, ali i nadgradnju iz mehanike fluida, tako da su pojedine oblasti obrađivane na neujednačenim nivoima. To je razlog da su kroz izloženu materiju dati i osnovni pojmovi, ali i detaljnije izložena pripadajuća teorija, ponekad opširnije nego što to zahtevaju postojeći kursevi na Mašinskom fakultetu. Drugi objektivni „problem” jeste što su primene mehanike fluida u mašinskoj tehnici i inženjerstvu uopšte veoma brojne, tako da kroz jedan udžbenik nije ni najmanje jednostavno pokriti potrebe za znanjima iz mehanike fluida inženjera iz različitih tehničkih oblasti. Svi ovi elementi uticali su na odluku da se napiše knjiga koja formalno ne sledi ni jedan konkretan kurs, ali koja, nadam se, sadrži sve neophodne elemente koji treba da su obuhvaćeni kroz jedan univerzitetski udžbenik iz Mehanike fluida.

Mehanika fluida je klasična nauka, ona je potrebna, lepa i teška, tako da se čitaoci ne obeshrabruju pri korišćenju ove knjige, jer je ona podjednako teška i studentima i specijalistima. Studenti koji budu koristili ovu knjigu ne treba da se plaše njenog obima jer za njihove ispite potrebni su samo neki njeni delovi. Za uspešno praćenje izložene materije iz mehanike fluida potrebna su odgovarajuća znanja iz matematike, mehanike i termodinamike. S tim u vezi pitam se: da li knjiga iz mehanike fluida može biti sa jednostavnom materijom, osim na elementarnom nivou, i da li je moguće napisati knjigu iz Mehanike fluida a da ona sadrži jednostavan matematički aparat?

U ovoj knjizi u odnosu na prethodna nastavna iskustva na Katedri za mehaniku fluida neke oznake veličina su promenjene i prilagođene oznakama koje se većinski koriste u savremenoj svetskoj stručnoj literaturi. Izvođenja koja su data uglavnom su u skraćenom obliku, ali nadam se u dovoljno razumljivom obliku. Na nekim mestima, u različitim poglavljima knjige neki fenomeni su dva puta obrađivani, ali sa različitim obimom, to je zato da se oni studenti koji slušaju samo osnove kroz kurs Mehanika fluida B ne opterećuju sa produbljenim proučavanjem mehanike fluida. U knjizi nisu dati primeri, jer se oni nalaze u knjizi „Klasična i uljna hidraulika” od istog autora, i u knjizi „Mehanika fluida - Teorija i praksa” od grupe autora: S. Čantrak, M. Benišek, M. Pavlović, P. Marjanović i C. Crnojević, u izdanjima Mašinskog fakulteta iz Beograda.

Veliku zahvalnost dugujem recenzentima prof. dr Slobodanu Stuparu, šefu Katedre za vazduhoplovstvo, i prof. dr Aleksandru Gajiću, šefu Katedre za hidraulične mašine i energetske sisteme, na savesno pregledanom tekstu knjige i na njihovim korisnim sugestijama i preporukama. Posebnu zahvalnost dugujem mom profesoru, akademiku Vladanu Đorđeviću koji je smogao snage i odvojio vreme da pročita radnu verziju dela teksta ove knjige, poglavlja od 1. do 6., i koji mi je dao veći broj sugestija i ukazao na propuste i nepreciznosti u tekstu. Posebnu zahvalnost dugujem supruzi Ljiljani i ćerki Marini koje su mi pomogle oko kompjuterske obrade teksta, i koje su detaljno pročitale tekst ove knjige i ispravile uočene štamparske greške.

I pored uložene truda da je tekst razumljiv i bez štamparskih grešaka, svim čitaocima koji mi ukažu na nepreciznosti, propuste, ili štamparske greške unapred se zahvaljujem. Zapažanja i sugestije čitalaca biće dobrodošle.

# SADRŽAJ

<b>1. UVOD I FIZIČKA SVOJSTVA FLUIDA</b>	<b>1</b>
1.1. Kratak istorijski prikaz razvoja mehanike fluida .....	1
1.2. Primene mehanike fluida .....	3
1.3. Pojam fluida .....	4
1.4. Fluidni delić .....	6
1.5. Zadatak mehanike fluida .....	6
1.6. Fizička svojstva fluida .....	8
1.6.1. Gustina fluida .....	8
1.6.1.1. Gustina tečnosti .....	9
1.6.1.2. Jednačine stanja gasova .....	10
1.6.2. Viskoznost .....	12
1.6.2.1. Viskoznost gasova .....	14
1.6.2.2. Viskoznost tečnosti .....	15
1.6.2.3. Viskoznost prema kinetičkoj teoriji gasova .....	16
1.6.2.4. Uticaj pritiska na viskoznost-piezo viskoznost .....	17
1.6.2.5. Viskozimetri .....	17
1.6.2.6. Reologija – njutnovski i nenjutnovski fluidi .....	18
1.6.3. Toplotna provodljivost fluida .....	19
1.7. Analogija između fizičkih veličina .....	20
1.8. Pritisak .....	21
1.9. Temperatura .....	23
1.10. Sile koje deluju na fluid .....	23
1.10.1. Površinske sile .....	23
1.10.2. Zapreminske-masene sile .....	24
1.11. Vektor i tenzor napona .....	25
1.11.1. Kratak uvod u tenzorski račun .....	25
1.11.2. Vektor napona i tenzor napona .....	31
1.11.3. Simetričnost tenzora napona .....	35
1.11.4. Razlaganje tenzora napona .....	36
<b>2. MIROVANJE FLUIDA</b>	<b>39</b>
2.1. Naponsko stanje u fluidu koji miruje .....	39
2.2. Svojstva hidrostatičkog pritiska .....	39
2.3. Osnovna jednačina hidrostatičke - Ojlerova jednačina .....	40
2.4. Priroda zapreminske sile .....	42
2.5. Mirovanje fluida u polju sile Zemljine teže .....	42
2.6. Mirovanje nestišljivog fluida .....	42
2.6.1. Izobarske površi .....	43
2.6.2. Polje pritiska .....	44

2.6.3.	Merenje pritiska U-cevima .....	45
2.7.	Paskalov zakon .....	46
2.7.1.	Proste hidrauličke mašine .....	47
2.8.	Proračun cevi pod pritiskom .....	48
2.9.	Sile pritiska .....	49
2.9.1.	Opšte razmatranje .....	49
2.9.2.	Sile pritiska na ravne površi na kojima je pritisak konstantan .....	50
2.9.3.	Sila pritiska tečnosti na ravnu površ na kojoj je pritisak promenljiv .....	51
2.9.4.	Paskalov hidrostatički paradoks .....	52
2.9.5.	Sile pritiska tečnosti koje deluju na krive površi .....	53
2.9.5.1.	Metoda ravnoteže tečnosti .....	55
2.9.6.	Sila potiska – Arhimedova sila .....	56
2.9.7.	Stabilnost tela pri plivanju .....	58
2.10.	Relativno mirovanje tečnosti .....	60
2.10.1.	Relativno mirovanje tečnosti pri translaciji .....	60
2.10.1.1	Sile pritiska koje deluju na ravne i krive površi .....	61
2.10.2.	Relativno mirovanje tečnosti pri rotaciji .....	63
2.11.	Mirovanje stišljivog fluida .....	66
2.11.1.	Izotermska atmosfera .....	66
2.11.2.	Adijabatska atmosfera .....	67
2.11.3.	Standardna atmosfera .....	68
<b>3. KINEMATIKA FLUIDA</b> .....		<b>71</b>
3.1.	Načini proučavanja strujanja fluida .....	71
3.2.	Brzina strujanja .....	73
3.3.	Strujno polje. Strujnica. Strujna cev. Strujno vlakno .....	74
3.4.	Ubrzanje fluidnog delića - Materijalni izvod .....	77
3.5.	Protok fluida .....	79
3.6.	Srednje vrednosti strujnih veličina .....	81
3.7.	Fizičko tumačenje $\text{div } \vec{v}$ - Teorema Gaus-Ostrogradski .....	81
3.7.1.	Izvori i ponori u struji fluida .....	83
3.8.	Rejnoldsova transportna teorema .....	84
3.9.	Zakon održanja mase – jednačina kontinuiteta .....	85
3.9.1.	Integralni oblik jednačine kontinuiteta .....	87
3.10.	Kretanje i deformisanje fluidnog delića .....	88
3.10.1.	Brzina deformisanja fluidnog delića .....	90
3.10.2.	Ugaona brzina fluidnog delića .....	93
3.10.3.	Opšte kretanje fluidnog delića .....	95
3.11.	Potencijalna strujanja .....	97
3.12.	Vrtložna i nevtložna strujanja .....	98
3.12.1.	Nevrtložno potencijalno strujanje-potencijal ubrzanja .....	100
3.12.2.	Cirkulacija .....	100
3.12.3.	Stoksova teorema .....	102
3.12.4.	Kelvinova teorema o održanju cirkulacije .....	104
3.12.5.	Startni vrtlog .....	106

3.12.6. Slobodan vrtlog .....	109
3.12.7. Helmholtčeve teoreme vrtložnosti .....	110
3.13. Laminarni i turbulentni režim strujanja .....	112
<b>4. OSNOVNE JEDNAČINE MEHANIKE FLUIDA</b> .....	<b>117</b>
4.1. Zakon održanja mase – jednačina kontinuiteta .....	117
4.2. Zakon o promeni količine kretanja fluida .....	118
4.2.1. Pretpostavke o naponima u fluidu .....	120
4.2.2. Navije-Stoksove jednačine .....	122
4.2.3. Ojlerove jednačine .....	123
4.2.4. Jednačina vrtložnosti - Helmholtčeve jednačine .....	124
4.2.4.1. Jednačina vrtložnosti za neviskozno strujanje .....	126
4.3. Zakon promene kinetičke energije .....	127
4.3.1. Disipacija energije .....	127
4.4. Zakon održanja energije .....	129
4.5. Granični i početni uslovi .....	133
<b>5. TEORIJA SLIČNOSTI</b> .....	<b>137</b>
5.1. Bezdimenzijski oblici bilansnih jednačina i karakteristični bezdimenzijski brojevi .....	138
5.1.1. Bezdimenzijski oblik Navije-Stoksovih jednačina i dinamički kriterijumi sličnosti .....	138
5.1.1.1. Analiza reda veličine članova Navije-Stoksovih jednačina ..	144
5.1.2. Bezdimenzijski oblik jednačine kontinuiteta .....	145
5.1.3. Bezdimenzijski oblik jednačine energije – termodinamička sličnost .....	145
5.2. Kriterijumi sličnosti .....	148
5.2.1. Potpuna i nepotpuna sličnost .....	150
5.2.2. Primena teorije sličnosti na turbomašine .....	153
<b>6. DIMENZIJSKA ANALIZA</b> .....	<b>156</b>
6.1. Sistemi jedinica .....	156
6.2. Rejljeva metoda i primeri njene primene .....	158
6.2.1. Sila kojom fluid deluje na telo - sile otpora i uzgona .....	160
6.2.1.1. Koeficijent otpora sfere i cilindra .....	163
6.2.1.2. Koeficijent otpora broda .....	164
6.2.1.3. Koeficijenti otpora i uzgona aeroprofila .....	165
6.2.2. Tangencijalni napon na zidu .....	167
6.2.3. Pad pritiska na lokalnom gubitku strujne energije .....	169
6.3. PI-teorema .....	170
6.3.1. Pad pritiska u cevi kružnog poprečnog preseka - Darsijeva formula .....	171



<b>7. DINAMIKA NEVISKOZNOG FLUIDA</b>	174
7.1. Ojlerove jednačine .....	174
7.2. Bernulijevi integrali Ojlerove jednačine .....	175
7.2.1. Bernulijeva jednačina za strujnicu .....	175
7.2.2. Bernulijeva jednačina za nevertložno strujanje .....	176
7.3. Potencijal ubrzanja neviskozno strujanja .....	176
7.4. Bernulijeva jednačina za neviskozno nestišljivo strujanje .....	177
7.4.1. Pito-cev .....	178
7.4.2. Prantlova sonda .....	179
7.4.3. Osrednjena Pito-cev .....	181
7.5. Strujanje stišljivog neviskozno fluida .....	182
7.5.1. Izotermno strujanje gasa .....	182
7.5.2. Izentropsko strujanje gasa – San Venanova jednačina .....	182
<b>8. DVODIMENZIJSKA STRUJANJA NEVISKOZNOG FLUIDA</b>	185
8.1. Strujna funkcija .....	186
8.1.1. Veza strujne funkcije i protoka .....	187
8.1.2. Veza potencijala brzine i cirkulacije .....	188
8.2. Ravanska strujanja .....	188
8.2.1. Primena kompleksnih analitičkih funkcija .....	189
8.2.2. Jednolika pravolinijska struja – strujanje preko ravne ploče .....	193
8.2.3. Strujanje u pravom uglu i udar mlaza u ravnu ploču .....	194
8.2.4. Strujanje preko ravnih ploča i u uglu između ravnih zidova .....	195
8.2.5. Usamljeni izvor ili ponor .....	197
8.2.6. Usamljeni vrtlog .....	199
8.2.7. Metoda superpozicije potencijalnih strujanja .....	200
8.2.8. Metoda singulariteta –	
- modeliranje željene konture opstrujavanog tela .....	201
8.2.9. Dvopol .....	203
8.2.9.1. Kosi dvopol .....	205
8.2.10. Izvor u jednolikoj struji – Rankinovo telo .....	205
8.2.11. Opstrujavanje kružnog cilindra bez cirkulacije .....	208
8.2.12. Opstrujavanje kružnog cilindra sa cirkulacijom .....	210
8.3. Sile i momenti koji deluju na telo u struji neviskozno fluida .....	213
8.3.1. Sila koja deluje na telo u neviskoznoj struji fluida	
– Prva Blazijusova formula .....	213
8.3.2. Sile otpora i uzgona telo u neviskoznoj struji fluida	
Teorema Žukovskog i Dalamberov paradoks .....	214
8.3.3. Moment koji deluje na telo u neviskoznoj struji fluida	
– Druga Blazijusova formula .....	217
8.4. Metoda konformnog preslikavanja .....	218
8.4.1. Osobine konformnog preslikavanja .....	219
8.4.2. Transformacija Žukovskog .....	221
8.4.3. Opstrujavanje tanke ploče .....	229

<b>9. TAČNA REŠENJA</b>	233
9.1. Laminarno strujanje između paralelnih ploča .....	233
9.1.1. Laminarno strujanje između nepokretnih paralelnih ploča .....	234
9.1.2. Laminarno strujanje između pokretne i nepokretne paralelne ploče ..	235
9.1.3. Laminarno strujanje između paralelnih ploča sa razmenom količine toplote .....	236
9.2. Laminarno strujanje u cevi kružnog poprečnog preseka .....	239
9.3. Laminarno strujanje u koncentričnom kružnom procepu .....	242
9.4. Laminarno opstrujavanje sfere - Stoksovo rešenje .....	244
9.5. Nestacionarno laminarno strujanje iznad ravne ploče - slična rešenja .....	248
9.6. Nestacionarno strujanje ravanskog vrtloga .....	251
9.7. Osnove hidrodinamičke teorije podmazivanja – klizni ležaj .....	253
9.8. Laminarno strujanje između dva saosna obrtna cilindra .....	257
<b>10. JEDNODIMENZIJSKA STRUJANJA NESTIŠLJIVIH FLUIDA HIDRAULIKA</b>	260
10.1. Jednačina kontinuiteta .....	260
10.2. Greške koje se prave uvođenjem srednje brzine .....	261
10.3. Zakon o promeni količine kretanja .....	263
10.4. Zakon održanja strujne energije – opšta Bernulijeva jednačina .....	265
10.4.1. Geometrijska interpretacija Bernulijeve jednačine .....	267
10.5. Gubici strujne energije .....	268
10.6. Gubici usled trenja – Darsijeva formula .....	269
10.6.1. Koeficijent trenja .....	270
10.6.2. Eksplicitne formule .....	272
10.6.3. Nikuradzeov i Mudijev dijagram .....	274
10.6.4. Uticaj vremenskog perioda korišćenja cevovoda na koeficijent trenja .....	277
10.6.5. Empirijske metode .....	278
10.6.5.1. Veze između Darsijeve i empirijskih formula .....	280
10.7. Lokalni gubici strujne energije .....	281
10.7.1. Eksperimentalno određivanje koeficijenta lokalni gubici stujne energije .....	283
10.7.2. Naglo proširenje – Bordina formula .....	284
10.7.3. Naglo suženje .....	286
10.7.4. Krivine .....	288
10.7.5. Usisne cevi .....	289
10.7.6. Difuzori .....	289
10.7.7. T-račve .....	291
10.7.8. Ventili i slavine .....	294
10.7.9. Međusobni uticaj lokalnih gubitaka .....	295
10.7.10. Merenje protoka primenom lokalnih gubitaka .....	297

<b>11. HIDRAULIČKI PRORAČUN CEVOVODA</b>	<b>302</b>
11.1. Hidraulička karakteristika cevododa .....	304
11.2. Hidraulički proračun prostog cevododa .....	305
11.2.1. Gravitacioni transport .....	306
11.2.2. Pumpni transport. Karakteristike pumpi .....	306
11.2.3. Sprezanje pumpi .....	309
11.2.4. Kavitacija. Usisna visina pumpi .....	310
11.3. Hidraulički proračun složenih cevododa .....	312
11.3.1. Redno povezivanje cevododa .....	314
11.3.2. Paralelno povezivanje cevododa .....	315
11.3.3. Hidraulički proračun prstenastih mreža .....	316
<b>12. PRIMERI PRIMENE ZAKONA O PROMENI KOLIČINE KRETANJA</b>	<b>323</b>
12.1. Sile i momenti nastali promenom količine kretanja .....	323
12.2. Brzina zvuka .....	324
12.3. Turboreaktivni mlazni motor .....	326
12.4. Ojlerova jednačina za turbomašine .....	327
12.5. Peltonova turbina .....	329
12.6. Vetroturbine .....	330
<b>13. HIDRAULIČKI UDAR</b>	<b>333</b>
13.1. Porast pritiska pri hidroudaru – formula Žukovskog .....	335
13.2. Brzina propagacije poremećaja konačnog intenziteta .....	337
13.3. Zaštita cevododa od hidroudara .....	339
13.4. Sistem jednačina koji opisuje jednodimenzijsko nestacionarno strujanje tečnosti .....	340
13.4.1. Metoda karakteristika .....	342
<b>14. JEDNODIMENZIJSKA STRUJANJA GASOVA</b>	<b>346</b>
14.1. Osnovne jednačine 1D strujanja gasa .....	346
14.1.1. Jednačina kontinuiteta .....	346
14.1.2. Jednačina količine kretanja .....	346
14.1.3. Jednačina energije .....	347
14.1.4. Jednačina energije za složene geometrije .....	350
14.2. Pojam entropije. Drugi zakon termodinamike .....	352
14.3. Izentropsko strujanje .....	354
14.3.1. Totalne i kritične vrednosti strujnih veličina .....	355
14.3.2. Uticaj Mahovog broja na stišljivost gasa .....	358
14.4. Pokretni poremećaji u fluidu .....	359
14.5. Prav udarni talas .....	361
14.5.1. Veza između veličina stanja pre i posle udarnog talasa .....	362
14.5.2. Prantlove relacije .....	365

14.5.3.	Udarna adijabata .....	365
14.5.4.	Promena entropije kroz prav udani talas .....	366
14.5.5.	Pito cev u dozvučnoj i nadzvučnoj struji gasa .....	367
14.6.	Strujanje kroz mlaznike .....	369
14.6.1.	Izentropsko strujanje kroz Venturijevu cev .....	370
14.6.2.	Izentropsko strujanje kroz konvergentni mlaznik .....	370
14.6.3.	Efekte promene poprečnog preseka mlaznika .....	372
14.6.4.	Konvergentno-divergentni mlaznik – Lavalov mlaznik .....	373
14.7.	Strujanje neviskoznog gasa sa razmenom toplote .....	376
14.7.1.	Rejljeva kriva .....	378
14.8.	Jednodimenzijnsko strujanje gasa sa trenjem .....	379
14.8.1.	Izotermnsko strujanje gasa u horizontalnom gasovodu .....	380
14.8.2.	Adijabatsko strujanje gasa .....	384
14.8.2.1.	Fanove krive .....	386
<b>15.</b>	<b>LAMINARNI GRANIČNI SLOJ</b> .....	<b>389</b>
15.1.	Prantlove jednačine .....	390
15.2.	Integralne karakteristike graničnog sloja .....	393
15.3.	Laminarni granični sloj na ravnoj ploči bez gradijenta pritiska - Blazijusovo rešenje .....	394
15.4.	Integralne jednačine graničnog sloja - Karmanova jednačina .....	398
15.4.1.	Metoda Polhauzena .....	400
15.4.2.	Laminarni granični sloj na ravnoj ploči bez gradijenta pritiska ...	400
15.4.3.	Laminarni granični sloj na ravnoj ploči sa gradijentom pritiska ..	402
<b>16.</b>	<b>TURBULENTNO STRUJANJE</b> .....	<b>406</b>
16.1.	Nastajanje turbulentnog strujanja .....	409
16.2.	Teorija Kolmogorova .....	410
16.2.1.	Energetski spektar turbulencije .....	411
16.2.2.	Razmere turbulencije .....	413
16.3.	Rejnoldsova statistika .....	416
16.4.	Osrednjene Navije-Stoksove jednačine - Rejnoldsove jednačine .....	417
16.4.1.	Osrednjena jednačina energije .....	419
16.5.	Turbulentni naponi .....	420
16.5.1.	Fizičko tumačenje turbulentnih napona .....	421
16.5.2.	Intenziteti turbulencije .....	422
16.5.3.	Prostorno-vremenske korelacije .....	422
16.6.	Modeliranje turbulentnih napona .....	425
16.6.1.	Busineskov model .....	425
16.6.2.	Model putanje mešanja – algebarski modeli turbulencije .....	426
16.6.3.	Turbulentna viskoznost mešajućeg sloja .....	428
16.6.4.	Turbulentna termička difuzija .....	429
16.6.5.	Model $k-l$ . Model Prantl-Kolmogorov .....	430
16.6.6.	Model $k-\varepsilon$ .....	431
16.7.	Turbulentno strujanje u cevima .....	431

## X *Mehanika fluida*

16.7.1. Univerzalni turbulentni profil brzina u hidraulički glatkim cevima .	433
16.7.2. Zakon deficita brzine .....	436
16.8. Koeficijent trenja u cevima .....	437
16.8.1. Prantlova formula – koeficijent trenja za hidraulički glatke cevi ..	438
16.8.2. Blazijusova formula .....	438
16.8.3. Nikuradzeova formula	
- koeficijent trenja za hidraulički potpuno hrapave cevi .....	439
16.8.4. Kolbrukova formula	
- koeficijent trenja za hidraulički hrapave cevi .....	440
Indeks pojmova .....	443

## Spisak važnijih oznaka

- $\vec{a}$  - ubrzanje  
 $A$  - površina  
 $c$  - brzina zvuka  
 $c_v$  - specifična toplota pri konstantnoj zapremini  
 $c_p$  - specifična toplota pri konstantnom pritisku  
 $C$  - faktor trenja  
 $d, D$  - prečnik  
 $D_{ij}$  - brzina deformisnja  
 $e$  - energija po jedinici mase  
 $\vec{e}$  - jedinični vektor pravca  
 $E$  - modul elastičnosti, energija  
 $Eu$  - Ojlerov broj  
 $f$  - funkcija  
 $f'$  - fluktuacija veličine  $f$   
 $\bar{f}$  - prosečna vrednost veličine  $f$   
 $F$  - sila, jedinična sila  
 $Fr$  - Frudov broj  
 $g$  - Zemljin ubrzanje  
 $G$  - sila tešine  
 $h$  - visina, entalpija  
 $H$  - visina  
 $k$  - kinetička energija turbulencije  
 $I$  - jačina vrtloga, intenzitet turbulencije, moment inercije  
 $K$  - količina kretanja  
 $Kn$  - Knudsenov broj  
 $m$  - masa  
 $M$  - Mahov broj  
 $M$  - moment  
 $\dot{m}$  - maseni protok  
 $n$  - broj, eksponent  
 $\vec{n}$  - ort normale  
 $l$  - dužina, putanja mešanja  
 $L$  - dužina  
 $O$  - obim  
 $p$  - pritisak  
 $P$  - Sila pritiska, snaga  
 $Pr$  - Prantlov broj  
 $r$  - radijus, radijalna koordinata  
 $\vec{r}$  - radijus vektor  
 $R$  - radijus, gasna konstanta, sila reakcije  
 $Re$  - Rejnoldsov broj  
 $s$  - entropija  
 $t$  - temperatura, vreme  
 $T$  - apsolutna temperatura  
 $\bar{\bar{T}}$  - tenzor  
 $q, Q$  - količina toplote  
 $u$  - brzina  
 $v$  - brzina  
 $V$  - zapremina  
 $\dot{V}$  - zapreminski protok  
 $w$  - kompleksni potencijal  
 $\dot{W}$  - snaga  
 $x$  - koordinata  
 $y$  - koordinata  
 $Y$  - gubitak strujne energije, napor  
 $z$  - koordinata, kompleksna promenljiva  
 $Z$  - koeficijent kompresibilnosti
- Grčka slova**
- $\alpha$  - ugao, Koriolisov koeficijent  
 $\beta$  - ugao, Businesskov koeficijent, koeficijent zapreminskog širenja  
 $\delta$  - hrapavost zida, debljina  
 $\delta_{ij}$  - kronekerov simbol  
 $\varepsilon$  - izdašnost izvora/ponora, disipacija energije  
 $\Gamma$  - cirkulacija  
 $\varphi$  - koordinata, potencijal brzine ugao  
 $\Phi$  - potencijal, disipacija  
 $\psi$  - strujna funkcija  
 $\omega$  - vrtložnost, ugaona brzina  
 $\theta$  - ugao

## XII *Mehanika fluida*

$\rho$	- gustina fluida
$\eta$	- dinamička viskoznost fluida koordinata, stepen korisnosti
$\nu$	- kinematska viskoznost fluida
$\kappa$	- koeficijent adijabate, Prandtlova konstanta
$\tau$	- tangencijalni napon
$\zeta$	- koeficijent lokalnog gubitka koordinata
$\sigma$	- napon
$\underline{\sigma}$	- tenzor napona
$\lambda$	- koeficijent trenja

### **Indeksi**

$a$	- apsolutno, atmosfera
$A$	- površina
$C$	- centar, težište
$d$	- devijatorski deo
$D$	- otpor

$e$	- ekvivalentno
$f$	- trenje
$F$	- trenje (frikcija)
$g$	- gubitak
$H$	- hidraulički
$ij$	- indeksi tenzora drugog reda
$k$	- kinetička energija
$L$	- otpor
$m$	- masa, srednja vrednost
$max$	- maksimalna vrednost
$N$	- pravac normale
$o$	- totalna vrednost, referentne vrednosti
$p$	- pritisak
$s$	- sferni deo
$sr$	- srednja vrednost
$t$	- turbulentno
$V$	- zapremina
$w$	- zid
$\infty$	- neporemećeno
$*$	- kritično